This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

BOYEUX

AITÉ

ET PRATIQUE

DES

HYDRAULIQUES

S A RÉACTION

ES A IMPULSION

IS & LIÈGE

NGER EDITEUR

Turbines, Hydraulic, 1905

SND

TRAITÉ

THÉORIQUE ET PRATIQUE

DES

TURBINES HYDRAULIQUES

TRAITÉ

THÉORIQUE ET PRATIQUE

DES

TURBINES HYDRAULIQUES

TURBINES A RÉACTION
ET TURBINES A IMPULSION

PAR

PAUL BOYEUX
Ingénieur des Arts et Manufactures.

Avec 108 figures dans le texte.

PARIS
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER, ÉDITEUR
SUCCESSEUR DE BAUDRY ET Cie
15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15
MAISON A LIÉGE, 21, RUE DE LA RÉGENCE

1905
Tous droits réservés.

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
554602B
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS
R 1950 L

TURBINES

A RÉACTION ET A IMPULSION

CHAPITRE PREMIER

PRÉLIMINAIRES

48X1817

L'AVENIR DES TURBINES

Il n'est personne qui, à l'heure présente, n'ait entendu parler de l'utilisation des hautes chutes que les cours d'eau mettent à la disposition de l'industrie dans les régions montagneuses, non plus que de l'intérêt considérable qui s'attache à ces travaux hydrauliques. Le terme de houille blanche jeté constamment dans les chroniques scientifiques de la presse quotidienne est aujourd'hui compris de tous. Le temps n'est plus où M. Bergès, qui imagina l'union imprévue de ces deux vocables, recevait des demandes d'échantillons provenant de chimistes curieux d'étudier un cas si étrange d'albinisme minéral.

La Turbine, récepteur d'énergie hydraulique, jouit depuis quelques années d'une notoriété qu'Euler, Burdin et Fourneyron, ses créateurs, n'avaient certes pu prévoir. Ce succès est d'ailleurs mérité car il n'existe pas de machine qui s'adapte avec une pareille souplesse aux circonstances les plus diverses d'établissement. Placée sous des chutes variant de 2 mètres à 1 000 mètres, tournant à des vitesses de rotation de 20 ou de 2 000 tours, la turbine présente un rendement quasi invariable et qui n'est inférieur à celui d'aucun des engins les plus perfectionnés de notre industrie. Sans crainte d'être taxé d'engouement, on peut proclamer qu'elle est bien le moteur universel. Les heureux résultats

obtenus par M. Parsons, en Angleterre, et par M. de Laval, en France, permettent même d'affirmer qu'elle apporte une solution à ce problème de la machine à vapeur rotative devant lequel ont échoué les recherches de Watt et de tant d'autres inventeurs.

Au temps où les roues hydrauliques permettaient seules d'utiliser l'énergie des cours d'eau, la puissance des moteurs se trouvait extrêmement limitée. Des chutes de 15 mètres imposaient pour ces récepteurs des dimensions colossales. La turbine se joue de ces difficultés ; son volume, tout au contraire, diminue à mesure que croît la hauteur de chute, de telle sorte que sous des charges d'eau de plusieurs centaines de mètres, elle semble se réduire à un véritable jouet.

Aujourd'hui le courant électrique transporte à une distance de 150 kilomètres l'énergie rendue disponible sur l'arbre du moteur et il la répartit, il la divise à l'infini suivant les besoins de la consommation. Aussi, dans de pareilles conditions, la turbine semble-t-elle à nombre de bons esprits devoir bouleverser la distribution des centres industriels : l'activité des bassins houillers de la Belgique, du Nord de la France, de la Westphalie et de la vallée de la Sarre, par exemple, se déplacerait vers le massif des Alpes, le plateau central et la chaîne des Pyrénées. Ces contrées seraient le théâtre d'une révolution économique semblable à celle qui, en Angleterre, ébranla la prospérité des Comtés de l'Est au profit des Midlands et du littoral occidental, à l'époque où furent mis en exploitation les riches gisements carbonifères de la Grande Bretagne. Ainsi donc le sceptre de notre industrie, délaissant l'ancienne dépression pélagique qui s'étendait au Nord de la France, passerait aux hauts reliefs, actuellement deshérités, qui forment l'ossature de notre territoire.

D'après les statistiques du ministère des Travaux publics, les machines à vapeur représenteraient en France une puissance totale de six millions de chevaux, la marine militaire ne figurant pas dans ce calcul. Mais il s'en faut de beaucoup que l'énergie moyenne produite à chaque instant atteigne pareil chiffre. Si l'on admet en effet une dépense de 2 kilogrammes de charbon par cheval-heure, les 46 millions de tonnes de houille actuellement consommées par le pays, et servant d'ailleurs à tant d'usages

divers, ne sauraient fournir qu'une énergie moyenne de 2 millions 500 000 chevaux.

Or la puissance que les chutes d'eau mettraient encore à la disposition de notre industrie ne serait pas inférieure à 10 millions de chevaux. On voit qu'elle permettrait de faire largement face à tous les besoins.

Ajoutons que la puissance hydraulique actuellement utilisée a une valeur approximative d'un million de chevaux.

Cette énergie disponible que nos cours d'eau tiennent en réserve se répartirait par moitié entre les Alpes, d'une part, les Pyrénées, le Plateau central, les Vosges et le Jura d'autre part. Il semble toutefois bien difficile de déterminer le degré d'approximation d'une semblable évaluation. L'erreur relative probable est-elle d'un dixième ou de quatre-vingt-quinze centièmes ? Le procédé de calcul usité en pareil cas consiste à multiplier la quantité des eaux tombées sur un massif montagneux par la hauteur dont elles dévalent. On obtient ainsi la valeur de l'énergie théoriquement disponible. Mais ce chiffre représente assez mal l'énergie pratiquement utilisable. Pour obtenir un résultat de cette nature, il faudrait n'accepter que les débits minima des cours d'eau et tenir compte en outre des difficultés physiques ou économiques qui sont de nature à rendre impossible l'établissement des installations hydrauliques. Or, si sur le premier point une évaluation est fort délicate, la seconde partie du problème échappe, par sa complexité, à toute analyse. Par exemple, le Rhône, dans la partie de son cours comprise entre Jonage et Lyon, dépense une énergie de 40 ou 50 000 chevaux, mais l'installation de l'usine de Cusset a coûté 50 millions de francs.

Sans la proximité d'une des villes les plus populeuses et les plus industrielles du monde, l'utilisation de cette puissance ne serait-elle pas un paralogisme économique ?

Tout le monde, il faut bien le dire, n'est pas convaincu des hautes destinées des forces hydrauliques. Semblables au compagnon importun du triomphateur antique, des savants, des ingénieurs d'une compétence indiscutable mettent quelques accents discordants dans le concert d'acclamations qui salue les brillants débuts de la houille blanche.

Il est donc encore fort difficile de se faire une idée nette de la place que tiendront, au cours de ce siècle, les chutes d'eau dans notre industrie. Les calculs sont établis sur des bases qui dépendent du jugement du statisticien. Or, dans ces conditions, rien de plus décevant que les chiffres. Sous la pression de l'idée dominante, les virgules, à l'insu du calculateur, se deplacent avec la mobilité des commandos les mieux exercés.

Qu'il nous suffise de savoir que M. Bergès évalue, ainsi que nous venons de le dire, à dix millions de chevaux la puissance hydraulique disponible en France, tandis que lord Kelvin estime que les chutes d'eau ne pourront qu'apporter un léger appoint aux forces demandées actuellement au charbon.

Quel que soit l'avenir réservé à la houille blanche; qu'elle doive, un jour, détrôner sa rivale ou que, concurrente sans conséquence, elle ne fasse que la suppléer dans quelques régions particulières, les destinées de la turbine n'en apparaissent pas moins assurées. Quand bien même le moteur à vapeur continuerait à l'emporter sur le moteur hydraulique, le rôle des turbines n'en sera pas amoindri, car l'application de la vapeur à ce récepteur d'énergie semble être définitivement sorti de l'ère des tâtonnements.

On sait combien est faible le rendement théorique des machines à vapeur de type ordinaire. Les progrès réalisés depuis un siècle dans leur construction sont tels qu'il serait bien illusoire de compter désormais sur des perfectionnements de quelque importance. Or, déjà les turbines à vapeur, ces débutantes d'hier, se montrent sous le rapport de la consommation du charbon, au moins les égales des meilleures machines à piston. D'après les renseignements fournis par M. Bréguet, les turbines de Laval de 350 chevaux n'absorberaient plusque 6,22 kg. de vapeur par cheval effectif. La consommation correspondante pour les dynamos-turbines Parsons de grande puissance ne dépasse pas d'ailleurs 6 kilogrammes. Or les machines cylindriques à triple expansion dépensent 6,75 kg. par cheval effectif, mais elles se prêtent mieux, à la vérité, aux variations de puissance que les turbines à réaction.

Ajoutons que les nouveaux moteurs semblent susceptibles d'importants perfectionnements : tels sont l'élévation, dans des

proportions considérables, de la pression, l'emploi de la vapeur surchauffée, etc.

Si, d'autre part, on considère la rusticité des turbines, leur poids et leur volume réduits, on ne peut nier qu'elles ne se montrent, en somme, déjà bien supérieures aux anciennes machines.

L'heure de la retraite semble donc avoir sonné pour l'admirable engin dont le génie de James Watt a doté l'humanité. Et le temps n'est peut-être pas éloigné où nos fils contempleront les monstrueuses machines de nos marines actuelles avec cet étonnement, mêlé d'une pointe de dédain, qui saisit le voyageur, en présence des monuments cyclopéens d'une époque primitive, quasi barbare !

C'est surtout dans la marine en effet que s'affirmera, selon toute apparence, la supériorité des turbo-moteurs. L'encombrement causé par les machines à bord des navires est actuellement considérable et le poids de ces dernières entre, pour une part très grande, dans le déplacement[1]. La délicatesse de ces énormes organismes est par contre extrême : une poignée de gravier projetée dans les tiroirs suffit pour immobiliser nos Leviathans de 28 000 tonnes. Le pont cuirassé en dos de tortue qui semble une nécessité, même pour les croiseurs de deuxième classe, apporte un gêne extrême à la mise en place des machines à mouvement alternatif, forcément très élevées. Cette disposition impose, par suite, des vitesses de rotation exagérées. Enfin les trépidations dues au manque de symétrie des organes en mouvement rend parfois le tir impossible aux grandes vitesses.

Les récentes manœuvres de la flotte anglais (1903) viennent de démontrer que les croiseurs cuirassés les plus rapides pouvaient à peine soutenir une marche continue de 16 milles à l'heure. Dès les premiers jours d'essais, des avaries ne cessèrent de se manifester dans le matériel moteur, lorsqu'on voulut conserver une vitesse supérieure à cette limite ; les machines se montrèrent incapables de résister d'une façon suivie à une semblable fatigue. En somme

[1] La réduction de poids que présentent les turbines marines Parsons est de 50 p. 100 relativement aux machines à allure lente et de 20 p. 100 relativement aux machines très légères à allure rapide. La supériorité du nouveau moteur, au point de vue de l'encombrement, peu sensible, en plan, s'affirme victorieusement en élévation. Voir l'étude publiée par M. Hart dans le *Bulletin de l'Assoc. techn. maritime*, année 1903, travail auquel nous faisons ici de nombreux emprunts.

l'unité bien protégée, puissamment armée et dotée d'une vitesse comparable à celle de nos grands paquebots reste encore à créer et tant que l'énergie nécessaire à la propulsion sera fournie par des machines à mouvement alternatif, il est à craindre que le problème ne puisse recevoir une solution satisfaisante.

Tous les graves inconvénients que nous venons de signaler disparaissent, du même coup, si l'on substitue des moteurs rotatifs aux machines à pistons. Une des objections formulées contre l'adoption des turbines marines a été la difficulté de la marche en arrière. Le sens du mouvement de ces moteurs n'étant pas réversible, on se trouve obligé de recourir à des turbines spéciales pour la marche rétrograde. Si donc la puissance de ces dernières a été trop

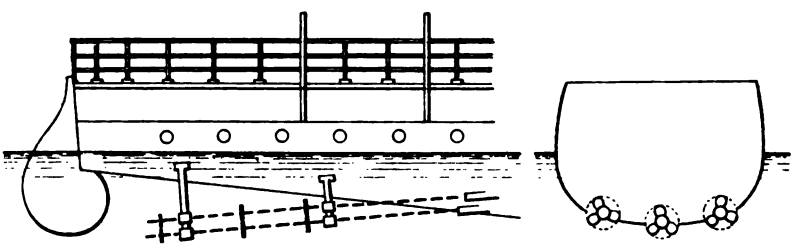


Fig. 1. — Schéma montrant la disposition de 9 hélices de la Tarentule.

parcimonieusement calculée, l'erre du navire se trouve allongée et son immobilité ne peut être obtenue qu'avec une lenteur qui, dans certains cas, entraînera les plus graves conséquences.

Une autre difficulté à laquelle on se heurte, chaque fois qu'on donne aux hélices un mouvement giratoire considérable, est le phénomène désigné sous le nom de cavitation ou de rupture du cylindre liquide refoulé. On constate en effet, dans ces circonstances, qu'une cavité cylindrique se forme dans l'espace battu par le propulseur; il peut même arriver que la pression s'accroisse sur la partie antérieure des ailes. La perte de puissance est alors énorme, toute l'énergie dépensée étant employée à maintenir le vide dans lequel tourne l'hélice. On a remédié à ce grave inconvénient en fractionnant le système moteur : le *Tarentula* dont il sera parlé plus loin n'a pas moins de neuf hélices.

Depuis vingt ans, M. Parsons n'a cessé avec une opiniâtreté qui ne s'est jamais lassée, d'imaginer les modèles de turbines à vapeur

les plus divers. Ses moteurs radiaux en cascade (1890, 1891, 1893) ont succédé à ses turbines axiales également en cascade (1884) car tous ces types fonctionnent sous pression, autrement dit, sont à réaction. Mais ce n'est que depuis six ans que l'inventeur a dirigé ses recherches vers la navigation. Le turbo-moteur auquel il semble s'être arrêté pour ces applications à la marine est constitué par une série de couronnes à écoulement axial fixées sur l'arbre de couche et séparées entre elles par des couronnes fixes,

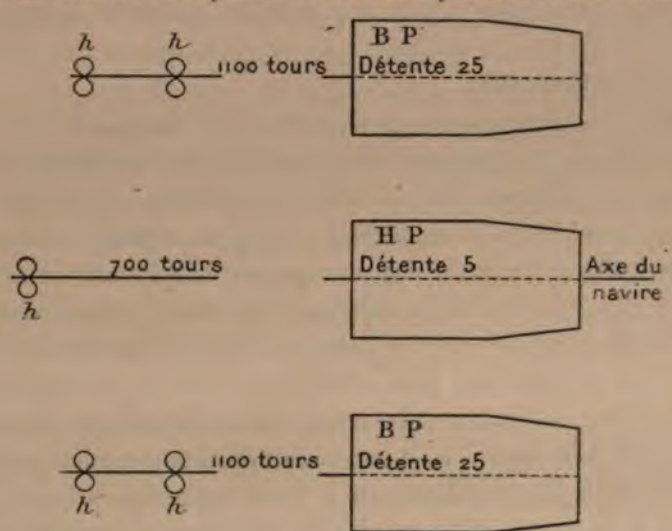


Fig. 2. — Disposition des turbines du King Edward. Les turbines de marche arrière sont montées dans les enveloppes des turbines BP. Détente totale : 125.

distributrices. Circonstance très heureuse : le palier de butée se trouve supprimé, la poussée de la vapeur contrebalançant celle du liquide sur le propulseur. Les turbines de marche en arrière sont placées dans le prolongement des turbines de marche en avant ; parfois, pour ménager l'emplacement, les premières sont placées à l'intérieur de celles-ci ; les turbines de marche rétrograde sont dites alors télescopiques. Les moteurs présentent le plus souvent une disposition compound, c'est-à-dire à détente échelonnée. La vapeur admise dans une turbine placée sur l'axe du navire passe de là dans deux turbines symétriquement établies par rapport à la précédente.

Un syndicat formé à l'instigation de M. Parsons fit construire le

petit navire d'essai, le *Turbinia* (45 tonnes) qui figura à l'Exposition de 1900. Sa vitesse atteignit 34,5 milles sans qu'il se manifestât de trépidations dans la coque. Des craintes assez vives avaient été émises au sujet de la résistance que pourraient opposer au tangage des arbres de couche et des plateaux mobiles tournant à une vitesse de 2 000 tours par minute, se comportant par suite à la façon de véritables gyroscopes. Fort heureusement ces appréhensions n'étaient pas justifiées. Le succès de cette entreprise détermina l'Amirauté à faire l'acquisition de deux destroyers à turbines. Le *Viper* et le *Cobra*, plus rapides encore que le *Turbinia*, filaient 36 nœuds.

Mais ces heureux résultats devaient être chèrement achetés et les noms de ces torpilleurs resteront tristement célèbres dans les annales maritimes du Royaume-Uni. La fatalité, avec une constance qui semblait mise au service de quelque volonté malfaisante, s'est complue à traverser les entreprises de l'inventeur anglais, comme pour mater son opiniâtreté. Le *Viper*, égaré dans les brouillards, s'est jeté sur les brisants, près de Guernesey. Quant au *Cobra*, sa perte fut plus dramatique encore et les flots du large gardent obstinément le secret de sa disparition. L'ossature de ce petit bâtiment était d'une ténuité extrême ; pour expliquer la disparition du torpilleur, on a émis l'hypothèse d'une subite rupture de la coque, alors qu'elle ne se trouvait supportée que par ses extrémités. Pourquoi faut-il que cette tragique éventualité n'ait frappé les esprits qu'après la perte du navire ? Ces sinistres terrifiants, bien que n'ayant aucune relation avec le mode d'action de la vapeur, à bord des deux destroyers, n'en ont pas moins jeté un certain discrédit sur l'invention de M. Parsons. Mais celui-ci ne s'est pas laissé abattre par la fortune adverse. En 1901 le *King Edward*, puis, l'année suivante, le *Queen Alexandra*, paquebots à turbines, avaient été lancés sur la Clyde. Ils font depuis lors un service régulier entre Fairlie et Campbelltown. Dans le courant de l'année 1903, les flots de la Manche étaient également tranchés par l'étrave de deux navires à turbines : le *Queen* qui fait le service entre Douvres et Calais et le *Brighton* qui dessert les ports de Dieppe et de Newhaven. La vitesse de ces paquebots n'est pas inférieure à 23 milles (42,6 km.).

Le *Queen* effectue la traversée du détroit en réalisant sur la durée du trajet un gain de cinq ou sept minutes, comparativement aux autres paquebots de la même ligne. Rien d'ailleurs ne s'oppose à l'augmentation des générateurs de vapeur à bord du *Queen* tandis que, pour les bateaux à hélices ou à roues mus par des machines à mouvement alternatif, des considérations relatives au tirant d'eau ou à la largeur des aubes interdisent désormais tout accroissement de puissance.

On n'a pas de renseignements précis sur la consommation de charbon, par cheval-heure, des turbines du *Queen*, car ce navire est d'un type particulier. Or la puissance de la machine ne saurait être déterminée que par des comparaisons avec des navires de même type mus par des moteurs ordinaires, l'indicateur restant sans emploi pour les turbines à vapeur. La question serait plus facilement résolue sur la ligne normande. L'*Arundel* paquebot à cylindres est en effet du même modèle que le *Brighton*. La Compagnie Cunard a fait, dit-on, procéder à des essais de cette nature et notre compagnie transatlantique en attendrait le résultat pour déterminer le genre de moteur qui sera placé à bord de la *Provence*, paquebot actuellement en construction à Penhoët. Au reste des comparaisons établies, en Écosse, entre le *King Edward* et le *Duchess of Hamilton*, navires presque semblables, ont montré que l'économie en combustible réalisée par le navire à turbines devait atteindre environ 20 p. 100. Il faut noter toutefois que les machines du *Duchess of Hamilton* ne sont pas à triple expansion.

Lors de la course internationale qui eut lieu pendant l'été 1903, aux environs de New-York, divers yachts à turbines fixaient l'attention publique. C'étaient le *Révolution*, navire de construction américaine muni de turbines Curtiss, puis trois autres vapeurs, sortis de chantiers anglais mais arborant les couleurs américaines : l'*Emerald* à M. G. Gould, le *Lorena* et enfin le *Tarentula*, sorte de torpilleur de plaisance, commandé par le colonel Mac Calmont à Parrow and C° en 1902 et revendu à M. K. Vauderbielt.

La marine militaire anglaise ne s'est pas laissé décourager par les revers qu'elle a essuyés coup sur coup dans ses essais du

nouveau moteur, car deux torpilleurs et un croiseur à turbines (l'*Amethyst*) viennent d'être mis en chantier par l'amirauté. Les marines allemande et américaine semblent décidées à suivre cet exemple. En France deux torpilleurs vont être prochainement munis de turbines Rateau et Parsons.

Les moteurs de Laval sont des turbines axiales à impulsion : elles reçoivent la vapeur complètement détendue et n'utilisent que sa force vive. Réduites à une roue unique elles sont, par suite, animées de vitesses énormes, aussi ne peut-on, dans leur état actuel, les employer comme machines marines. Au reste leur puissance n'a pas encore dépassé 350 chevaux. On ne saurait cependant, dès maintenant, déclarer insurmontables les difficultés que présente l'application des turbines d'action à la navigation et il faut espérer que les beaux résultats fournis en Angleterre par les turbines à réaction stimuleront, de ce côté du détroit, l'émulation des chercheurs.

RAPPEL DES NOTIONS ESSENTIELLES DE LA MÉCANIQUE

Définition de la vitesse. — La vitesse v d'un point matériel mobile est le rapport du chemin ds parcouru pendant un intervalle de temps infiniment petit à la durée dt de ce parcours :

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

On représente une vitesse par une droite dont la longueur est égale au rapport $\frac{ds}{dt}$ et qui est dirigée dans le sens du mouvement du mobile.

Vitesse dans le mouvement relatif. — Un point mobile décrit une certaine trajectoire repérée par rapport à un système de points de comparaison, trois axes de coordonnées, par exemple ; si ce système de comparaison se déplace lui-même en emportant la trajectoire, quelle est la vitesse réelle du mobile dans l'espace ?

Supposons que le point soit à un certain instant immobilisé sur sa trajectoire, soit v_e la vitesse que lui imprimerait le seul mouvement d'entraînement du système de comparaison, soit,

d'autre part v_r la vitesse apparente du point sur la trajectoire relative, au même instant ; v_r est la vitesse qu'un observateur emporté, sans en avoir conscience, dans le système de comparaison, attribuerait au mobile. La vitesse absolue v du point dans l'espace est la somme géométrique de la vitesse d'entraînement v_e et de la vitesse relative v_r.

$$v = v_e + v_r \qquad \text{(fig. 1)}$$

Inversement la vitesse relative est la différence géométrique de la vitesse absolue v et de la vitesse d'entraînement v_e ou, en

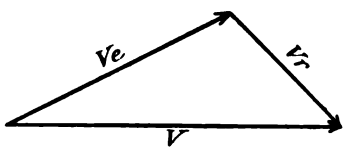


Fig. 3.

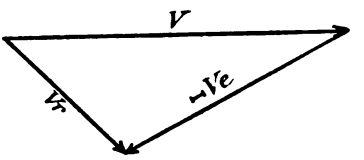


Fig. 4.

d'autres termes, la somme géométrique de la vitesse absolue et de la vitesse d'entraînement changée de sens :

$$v_r = v - v_e \qquad \text{(fig. 2)}$$

Principes fondamentaux de la mécanique. — La mécanique tout entière repose sur trois principes, sortes de postulats qui ne sont nullemunt évidents.

1er principe : principe de l'inertie. — Un point matériel en repos ne peut, de lui-même, sortir du repos. Un point matériel en mouvement ne peut, de lui-même, modifier sa vitesse, soit en grandeur, soit en direction.

La cause extérieure qui modifie la vitesse d'un corps s'appelle force.

Un corps, qui n'est sollicité par aucun agent extérieur, se meut donc, s'il n'est au repos, indéfiniment en ligne droite et il demeure animé d'une vitesse constante.

La première partie de ce principe remonte à l'antiquité, la seconde au XVIIe siècle seulement. C'est qu'en effet celle-ci semble tout d'abord en contradiction avec les faits que nous observons journellement.

2e principe : principe de l'indépendance des effets des forces. — L'effet d'une force sur un point matériel est indépendant des autres forces qui agissent simultanément sur le point. Il est indépendant aussi de l'état de mouvement acquis par le corps.

Les deux principes que nous venons d'énoncer permettent de serrer de plus près la définition de la force et fournissent un moyen d'évaluer celle-ci numériquement.

Définition de l'accélération. — 1° Accélération d'un point matériel sollicité par une force constante de même direction que la vitesse initiale. — Un point animé d'une vitesse v_0 est, à partir d'un certain instant, sollicité, par une force constante F de même direction que v_0. Supposons que, sous l'influence de F et de v_0, ce corps parvienne à l'époque t en un point déterminé où sa vitesse soit v.

Si la force F est alors tout à coup supprimée, le point parcourra par la suite, une trajectoire rectiligne et restera indéfiniment animé de la vitesse v. (1er principe). Si la force F, au contraire, continue à agir, la vitesse croîtra d'une façon continue et passera par exemple de la valeur v à la valeur $v + dv$ entre les époques t et $t + dt$. Or, d'après le second principe, dv accroissement de la vitesse résultant de l'action de la force F, pendant le laps de temps dt, reste invariable à toutes les époques, si ce laps de temps reste lui-même constant. On peut donc poser $\frac{dv}{dt} = j$, j étant une constante. On tire de là $v = jt + v_0$. Mais la définition de la vitesse donne l'égalité $\frac{de}{dt} = v$ d'où l'on déduit $e = \frac{1}{2} jt^2 + v_0 t$, le temps étant compté à partir de l'instant de l'application de la force et e désignant le chemin parcouru par le mobile.

Si la force agit sur un point d'abord au repos, l'équation précédente se réduit à $e = \frac{1}{2} jt^2$ et à chaque force agissant sur un corps correspond une valeur de j particulière.

La formule $e = \frac{1}{2} j t^2$ donne $j = 2\,e$ pour $t = 1^s$. Si une force F_1 agissant sur un corps le déplace de la longueur $2e$ en une seconde n forces égales à F_1 agissant simultanément sur le corps le déplacerait de $n \times 2\,e$ dans le même temps, d'après le second principe. Remplaçons ces n forces égales par une force unique F_2. Il

est logique d'admettre que celle-ci sera égale à nF_1, aura pour mesure nF_1. La force F_2 communiquera donc une accélération égale à $n \times 2e$ au corps donné. On aura dès lors :

$$\frac{F_2}{j_2} = \frac{nF_1}{nj_1} = \frac{F_1}{j_1}.$$

Pour diverses forces F_1 F_2 F_3 ... agissant successivement sur le corps il viendra :

$$\frac{F_1}{j_1} = \frac{F_2}{j_2} = \frac{F_3}{j_3} = \frac{P}{g}$$

P étant le poids du corps et g l'accélération de la pesanteur. Appelons m la valeur des rapports $\frac{F_1}{j_1}$, $\frac{F_2}{j_2}$; pour un autre corps on aurait de même les égalités suivantes :

$$\frac{F_1}{j'_1} = \frac{F_2}{j'_2} = \frac{F_3}{j'_3} = \frac{P'}{g} = m'.$$

Le rapport $\frac{F}{j}$ caractérise donc un corps donné. Il donne la mesure de la quantité de matière qui entre dans la constitution de celui-ci : m est la masse du corps.

Accélération dans un mouvement quelconque. — Un point matériel, sollicité par une force constante ou variable agissant dans une direction autre que celle de la vitesse antérieurement acquise, décrira un élément de chemin de direction intermédiaire entre celle de la vitesse et celle de la force.

Soit A la position du point à l'époque t, soit B sa position à l'époque infiniment voisine $t + dt$. Si à l'instant t la force eût tout à coup cessé d'agir, le point, au lieu de venir en B, se fût transporté en B′ sur la tangente en A à la trajectoire. v étant la vitesse en A, le chemin AB′ eût été donné par la relation $AB' = v\,dt$ (principe de l'inertie).

L'intervention de la force a donc eu ce résultat de faire tomber le corps de B′ en B.

Supposons, d'autre part, que le point sollicité par la force soit parti en A du repos.

On doit admettre que la force, quantité finie, ne subit que des modifications infiniment petites en direction et en grandeur pendant le laps de temps infiniment petit dt.

D'après le principe de l'indépendance de l'effet des forces, le point matériel, qu'il soit au repos, qu'il soit animé de la vitesse v, se déplace, sous l'action de la force, de la quantité $\frac{1}{2} j\, dt^2$ dans la direction de cette force. Donc $BB' = \frac{1}{2} j\, dt^2$.

Par suite $j = \frac{2\,BB'}{dt^2}$. Cette quantité est l'accélération ou mesure de la force variable, à l'époque t, dans le mouvement curviligne.

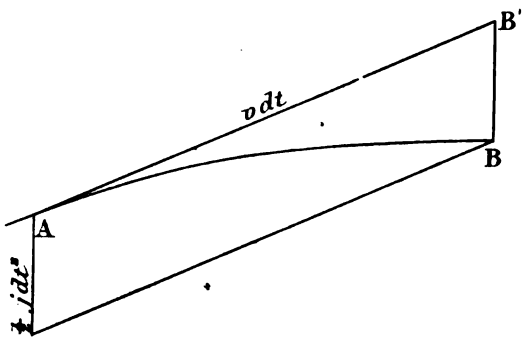


Fig. 5.

Si l'on décompose cette accélération en deux autres dirigées, la première suivant la tangente à la trajectoire, la seconde suivant la normale principale, on démontre que cette dernière a pour expression $\frac{v^2}{\rho}$ et la première $\frac{dv}{dt}$, ρ étant ici le rayon de courbure.

3e principe : principe de l'égalité de l'action et de la réaction. — Si un corps A exerce une action F sur un corps B, réciproquement le corps B exerce sur le corps A une action égale et parallèle à F, mais de sens inverse. Ce principe est dû à Newton.

Accélération dans le mouvement absolu, le mouvement relatif et le mouvement d'entraînement étant supposés connus. — L'accélération j dans le mouvement absolu est égal à la somme géométrique.

1° De l'accélération du mouvement d'entraînement j_e (mouvement qu'aurait le point s'il était immobilisé dans le système de comparaison, à l'époque considérée).

2° De l'accélération du mouvement relatif j_r (mouvement qu'attribuerait au point mobile, à l'instant considéré, un observateur qui serait emporté dans le système de comparaison).

3° De l'accélération complémentaire $2\omega v_r \sin \alpha$, ω étant la vitesse instantanée de rotation, v_r la vitesse relative, α l'angle de l'axe instantané avec v_r. L'accélération complémentaire est perpendiculaire à la fois à la vitesse relative v_r et à l'axe instantané

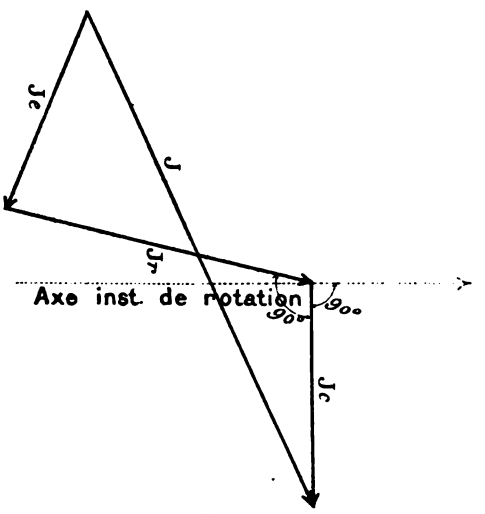


Fig. 6.

de rotation ; elle est dirigée dans le sens où la rotation instantanée tend à entraîner l'élément de trajectoire relative,

$$j = j_e + j_r + j_c.$$

Accélération dans le mouvement relatif. — L'accélération dans le mouvement relatif est la résultante :

1° De l'accélération dans le mouvement absolu,

2° De l'accélération dans le mouvement d'entraînement changée de sens,

3° De l'accélération complémentaire changée de sens.

$$J_r = J - J_e - J_c.$$

L'accélération complémentaire changée de sens s'appelle accélération centrifuge composée.

Soit m la masse du point matériel en mouvement, les deux

expressions $\vdash mj_e$ et $\vdash mj_r$ sont appelées forces fictives ou apparentes.

En particulier, la première est la force d'inertie du mouvement d'entraînement et la seconde la force centrifuge composée.

La force qui produirait le mouvement relatif est donc la résultante des forces réellement appliquées au point et des deux forces fictives.

Toute question de mouvement relatif ou de repos relatif peut

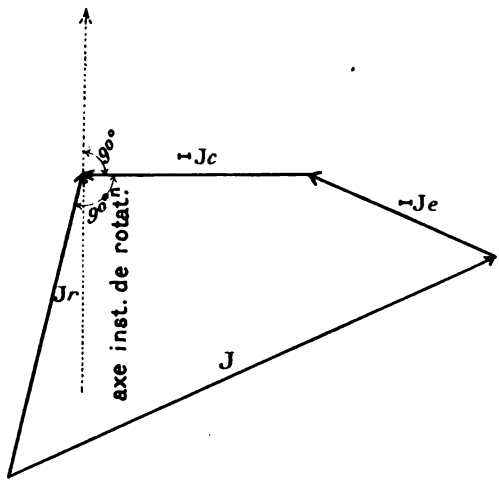


Fig. 7.

être traitée comme une question de mouvement absolu, pourvu qu'on adjoigne aux forces réelles qui sollicitent chaque point les deux forces fictives $\vdash mj_e$ et $\vdash 2m\omega v_r \sin \alpha$.

La force centrifuge composée qui intervient dans la dynamique des mouvements relatifs donne l'explication de la dérive (vers la droite dans l'hémisphère boréal) des projectiles lancés par les armes à âme lisse, de la déviation vers l'ouest des courants atmosphériques qui se dirigent du tropique du Cancer vers l'équateur (alizés de N.-E.).

Elle se révèle encore dans la tendance qu'ont à se jeter sur leur rive droite les grands fleuves qui, sous des latitudes boréales élevées, coulent dans la direction du méridien : la Volga et l'Oural par exemple :

$$\left(j_c = 2 \times \frac{2\pi}{24^h \times 60^m \times 60^s} v \sin \text{lat.}\right).$$

Dans l'hémisphère Austral, le rejet du chenal navigable du Parana sur la rive gauche procède sans doute de la même cause. La latitude est dans ce cas assez basse, mais la masse d'eau agissante devient énorme, en temps de crues, la largeur du fleuve variant alors de 15 à 30 kilomètres.

Théorème des forces vives. — Pour un système de points matériels, l'accroissement, entre deux époques, de la demi-force vive est égal à la somme des travaux de toutes les forces qui ont agi sur les divers points, pendant le laps de temps considéré :

$$\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_o^2}{2} = \sum \int_{t_o}^{t} F ds \cos \widehat{F, ds}$$

Théorème des quantités de mouvement projetées. — Pour un système de points matériels, l'accroissement, entre deux époques, de la somme des quantités de mouvement projetés sur un axe est égal à la somme des impulsions élémentaires, pendant le laps de temps considéré, des forces extérieures projetées sur l'axe :

$$\Sigma\, mv_x - \Sigma\, mv_{ox} = \Sigma \int_{t_o}^{t} F_x\, dt.$$

Théorème des moments des quantités de mouvement. — L'accroissement, entre deux époques, de la somme des moments, pris par rapport à un axe, des quantités de mouvement de tous les points d'un système matériel est égal à la somme des moments des impulsions élémentaires des forces extérieures agissant sur le système prise entre les deux époques :

$$\Sigma\, M_x\, mv - \Sigma\, M_x\, mv_o = \Sigma \int_{t_o}^{t} M_x\, F dt.$$

Théorème de d'Alembert. — Quand un système matériel est en mouvement, on peut le regarder comme étant en équilibre fictif sous l'action des forces réelles qui le sollicitent et des forces d'inertie afférentes aux divers points du système.

La force d'inertie, pour un point matériel de masse m, dont le mouvement est caractérisé par une accélération j, est égale à $-mj$.

La dénomination de force d'inertie appliquée à l'expression

— mj est la cause d'erreurs sans nombre : un train vient-il à dérailler dans une courbe, aussitôt on rend la force centrifuge responsable de l'accident. Et le moyen de ne pas voir, en cette occurrence, l'intervention d'une véritable force dès qu'on a prononcé les mots de force centrifuge? En fait, c'est bien une tendance centrifuge qui a chassé le convoi vers l'extérieur de la courbe mais cette tendance ne peut être évaluée en kilogrammes, car elle résulte de l'inertie et celle-ci n'est pas une grandeur mathématique.

RAPPEL DES NOTIONS ESSENTIELLES DE L'HYDRAULIQUE

Théorème de Daniel Bernouilli. — La variation de la vitesse des molécules d'une veine liquide, si l'on suppose le fluide dépourvu de viscosité et les trajectoires des molécules à peu près normales aux sections, est donnée par l'équation suivante :

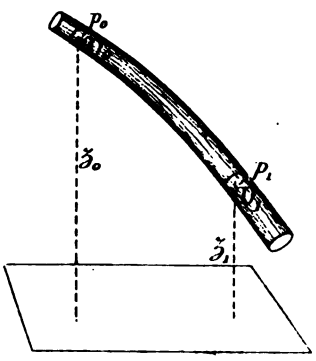


Fig. 8.

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = z_0 - z + p_0 - p.$$

v, v_0 étant les vitesses moyennes du liquide dans deux sections,

z, z_0 les cotes des centres de gravité de ces sections, p, p_0 les pressions dans les deux sections. Ces pressions sont prises aux centres de gravité et mesurées en colonnes du liquide; la densité de celui-ci est supposée égale à l'unité.

Ecoulement en mince paroi. — L'application de la formule de Bernouilli donne pour la vitesse d'écoulement par un orifice en mince paroi :

$$v = \sqrt{2gH} \quad \text{(formule de Toricelli).}$$

H étant la charge sur le centre de gravité de l'orifice ou la distance de ce centre à la surface libre du liquide.

Le débit est donné par la formule :

$$Q = 0{,}62\ \omega \sqrt{2gH}$$

ω étant la section de l'orifice. On constate que la veine subit une contraction à une certaine distance de la paroi du réservoir. A partir de cet étranglement, la section reste égale à 0,62 ω.

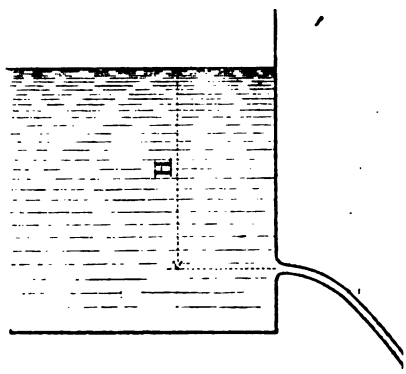


Fig. 9.

Ecoulement par une vanne noyée ou non noyée. — Pour les cas ordinaires de la pratique, le débit est fourni par la formule :

$$Q = 0{,}6\ \omega \sqrt{2gH}$$

H représente la distance du centre de l'orifice à la surface du liquide, dans le cas de la vanne non noyée, et la distance des niveaux des deux biefs, dans celui de la vanne noyée. Pour l'une et l'autre disposition, H est la charge sur le centre de l'orifice.

Cette formule suppose : 1° la veine isolée complètement des

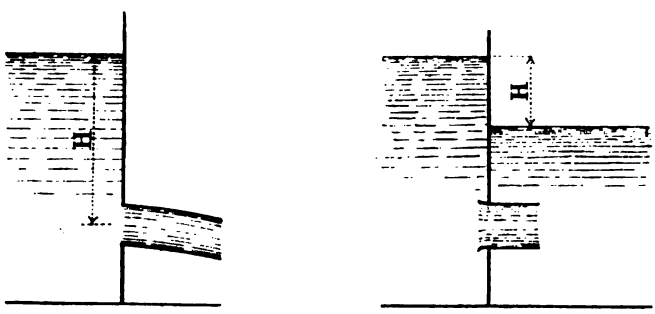


Fig. 10.

bords de l'orifice (contraction complète)[1] ; 2° la hauteur de l'orifice et la charge sur le sommet de celui-ci dépassant 0,15 m.

Si l'orifice est prolongé par un canal de même largeur que lui, la formule du débit est :

$$Q = 0{,}6\ \omega \sqrt{2gH'}$$

H' représentant la charge sur le sommet de l'orifice. Le coefficient 0,6 suppose la hauteur dudit orifice supérieure à 0,15 et $H' > 0,4$ m.

[1] L'écoulement en mince paroi peut être aisément obtenu au moyen de bandes de tôle clouées sur les bords de l'orifice.

La contraction doit d'ailleurs être complète.

Écoulement par un déversoir en mince paroi. — La formule du débit est dans ce cas :

$$Q = 0{,}415\, L\, H \sqrt{2gH}$$

L représentant la largeur du déversoir, H la différence de niveau

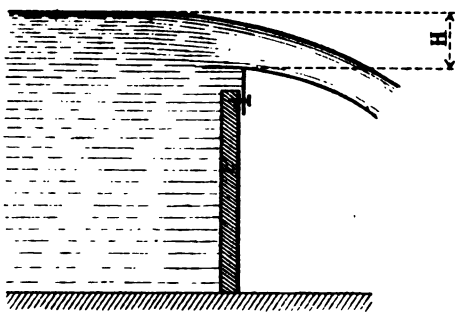


Fig. 11.

entre le seuil et la surface de l'eau prise à quelque distance en amont du déversoir.

On se contente parfois de mesurer l'épaisseur e de la lame d'eau sur le seuil et d'appliquer la formule :

$$H = \frac{7}{6}\, e.$$

Le coefficient 0,415 présenterait un caractère de fixité remarquable quand la largeur du déversoir est grande relativement à

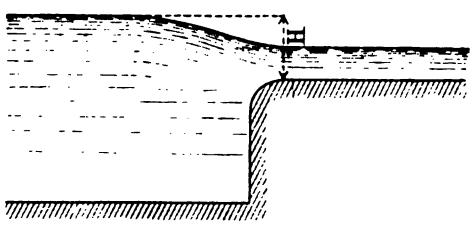


Fig. 12.

la charge H. D'après Francis d'une part, Fteley et Stearns, d'autre part, ce facteur serait compris entre 0,41 et 0,42 pour des charges H variant de 0,10 m. à 0,50 m. et pour des largeurs L égales ou supé-

rieures à 1,50 m. Ces jaugeages de grands débits n'ont malheureusement pas été repris par d'autres expérimentateurs.

Si ce déversoir est prolongé par un canal de même section que l'ouverture, le débit est donné par la formule :

$$Q = 0{,}32\ LH\sqrt{2gH}$$

H étant la charge sur le seuil, comme précédemment. Le coefficient 0,32 suppose celle-ci supérieure à 0,15 m. et en outre le canal raccordé au réservoir par des surfaces arrondies.

Ajutage cylindrique. — L'ajutage cylindrique adapté à un orifice d'écoulement entraîne une certaine perte de charge, et partant une certaine réduction de la vitesse d'écoulement.

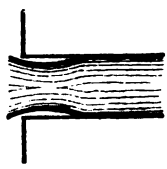


Fig. 13.

Soit H la charge sur le centre de l'orifice d'échappement, la perte de charge aura pour expression :

$$\zeta_1 = \frac{H}{3}.$$

La vitesse d'écoulement est dès lors fournie par la formule :

$$v = \sqrt{2g\left(H - \frac{H}{3}\right)} = 0{,}82\sqrt{2gH}.$$

En conséquence le débit aura pour expression, si ω est la section de l'ajutage :

$$Q = 0{,}82\ \omega\sqrt{2gH}.$$

Exprimons la perte de charge en fonction, non plus de la charge, mais de la vitesse v.

Il vient :

$$\zeta_1 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}.$$

Cette formule est celle qu'on applique dans le cas de réduction brusque du diamètre des tuyauteries, v désignant alors la vitesse dans le petit tuyau. Elle n'est pas toujours satisfaisante, car si la différence de rayons des deux tubes successifs tend vers o, la perte de charge, dans l'étranglement, doit tendre ausssi vers o. Elle ne peut donc

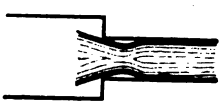


Fig. 14.

demeurer invariablement égale à :

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}.$$

L'écoulement en mince paroi par un orifice de section ω eût été régi par les formules :

$$v = \sqrt{2gH}, \qquad Q = 0{,}62\,\omega\sqrt{2gH}.$$

L'ajutage cylindrique, adapté à l'orifice, a donc accru le débit mais réduit la vitesse d'écoulement.

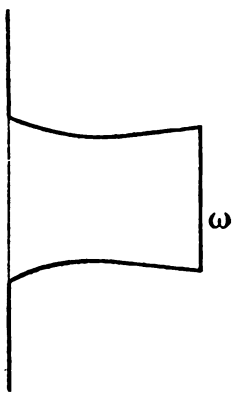


Fig. 15.

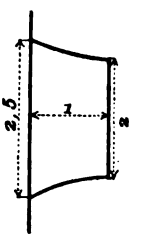


Fig. 16.

Si l'ajutage, au lieu d'être normal à la paroi se moulait, au voisinage de l'orifice, sur la surface extérieure de la veine, dans l'écoulement en mince paroi (orifice parfaitement évasé), on n'observerait pas de perte de charge (fig. 15).

Dans ce cas, les formules d'écoulement seraient :

$$v = \sqrt{2gH} \qquad Q = \omega\sqrt{2gH}$$

ω étant ici la section extrême de l'ajutage, section qui peut être un peu supérieure à celle de la section contractée.

Les dimensions d'un orifice circulaire parfaitement évasé sont les suivantes (fig. 16) :

Diamètre de l'orifice	2,5
— de la section contractée	2
Distance des deux sections.	1

Lorsqu'on se proposera de construire un ajutage ne donnant point naissance à des pertes de charge, il faudra que l'orifice d'entrée soit parfaitement évasé ou que la vitesse de l'eau ait une valeur bien plus faible à l'origine de l'ajutage qu'à l'extrémité de celui-ci, en d'autres termes, que l'ajutage soit suffisamment convergent. La perte de charge est en effet fonction du carré de la vitesse d'entrée.

Cette remarque trouve son application dans la construction des distributeurs de turbines.

Élargissement brusque d'un tuyau de conduite d'eau. — La perte de charge, dans ce cas, est donnée par la formule de Bélanger.

$$\zeta_2 = \frac{(v - v')^2}{2g}$$

v et v' étant les vitesses avant et après l'élargissement.

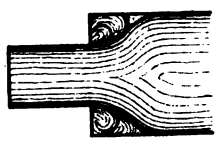


Fig. 17.

Frottements de l'eau dans un tuyau. — La perte de charge créée de ce chef a pour expression :

$$\zeta_3 = bv^2 l \frac{\chi}{\omega}$$

b étant un coefficient qui varie avec le diamètre et la nature du tube,
l la longueur du tuyau,
χ et ω le périmètre et l'aire de la section du tuyau,
v la vitesse du liquide qui correspond au débit.

Théorème de Bernouilli étendu au cas où la veine subit des pertes de charges ζ_1 ζ_2 ζ_3.

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = z_0 - z_1 + p_0 - p_1 - (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \ldots)$$

Application. — Vitesse d'écoulement dans un tuyau qui met en communication deux réservoirs placés à des niveaux différents.

Si l'origine du tuyau n'est pas évasée, on y relèvera une perte de charge :

$$\zeta_1 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}.$$

Une seconde perte de charge due au frottement le long des parois du tube se manifestera dans la canalisation ; elle aura pour expression :

$$\zeta_3 = b\,v^2\,l\,\frac{\chi}{\omega}.$$

Appliquons le théorème de Bernouilli généralisé, depuis la sur-

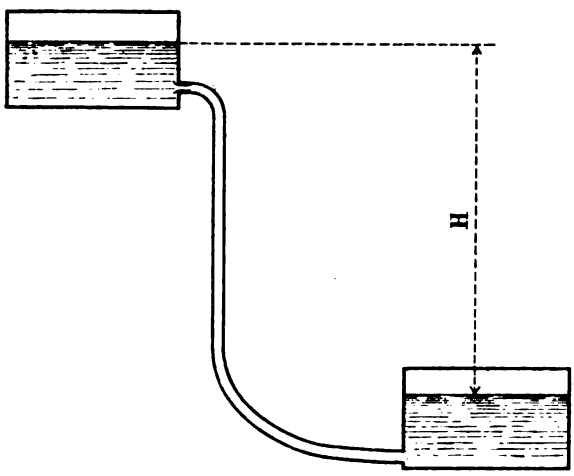


Fig. 18.

face de l'eau dans le réservoir supérieur jusqu'au point où le tuyau débouche dans le réservoir inférieur, il vient :

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{0}{2g} = \mathrm{H} - \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g} - bv^2\,\frac{l\chi}{\omega}$$

H étant la distance des surfaces libres dans les deux réservoirs.

Si l'entrée du tuyau est évasée et si le frottement dans le tube est négligeable, l'équation précédente se réduit à :

$$\frac{v^2}{2g} = \mathrm{H}.$$

Cette formule fournit la vitesse de l'eau qui s'échappe du distributeur d'une turbine à impulsion noyée.

Puissance d'une chute d'eau. — Soit H^m la chute ou différence de niveau des deux biefs de l'usine, soit Q^l le débit du cours d'eau pendant une seconde.

D'après ce qui précède, l'eau pourra être injectée dans la turbine, supposée noyée ou non noyée dans le bief d'aval, avec une vitesse $V_o = \sqrt{2g\,H}$. Or une masse d'eau $\frac{Q^l}{g}$, lancée à cette vitesse, doit, avant d'être amenée au repos, dépenser une énergie

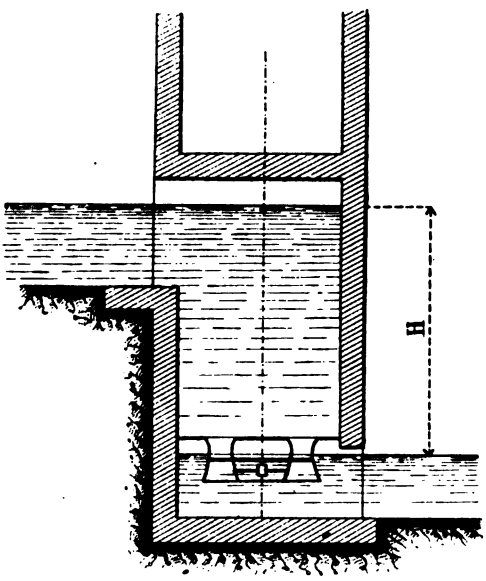


Fig. 19.

égale à $\frac{1}{2}\frac{Q}{g}V_o^2 = Q^l H^m$ (théorème des forces vives). Cette expression est celle de la puissance disponible. Celle-ci est exprimée en kilogrammètres ; on l'évaluera en chevaux en la divisant par 75, un cheval équivalant à 75 kilogrammètres.

Ajutage divergent. — Nous avons vu que si un ajutage est parfaitement évasé, à son entrée, la formule du débit est la suivante :

$$Q = \omega\sqrt{2gH}$$

H étant la charge et ω la section extrême de l'ajutage, laquelle peut être un peu plus grande que la section contractée.

Le débit est alors plus grand que dans le cas de l'écoulement libre en mince paroi. Il en résulte que la pression est plus faible dans la section étranglée ω_0 que dans la section extrême ω, c'est-à-dire que dans l'atmosphère.

La différence de pression en ces points est en effet fournie par la formule de Bernouilli :

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = p_0 - p.$$

Or $\omega_0 < \omega$ par hypothèse, donc $v_0 > v$ et par suite $p > p_0$.

Si la section extrême ω pouvait croître indéfiniment sans que les formules cessassent de s'appliquer, on pourrait déterminer cette section de telle sorte que la pression fût nulle dans l'étranglement. En réalité quand ω devient notablement plus grand que ω_0, l'écoulement n'est plus stable et quelques percussions exercées sur l'ajutage suffisent pour en détacher la veine. Bien avant même qu'on arrive à cette limite, les parties de la gerbe liquide qui avoisinent les parois de l'ajutage sont constituées par une eau relativement immobile, morte, et l'équation de continuité $\omega\, v =$ const. tombe en défaut.

Les remous causés par le contact de cette eau quasi stagnante et du jet central produisent en outre des pertes de charge considérables.

Venturi institua le premier des expériences en vue d'étudier ce curieux phénomène. La dépression dans la section étranglée, quoique bien moins marquée que ne l'indiquent les formules théoriques, n'en a pas moins été le point de départ d'appareils fort intéressants, presque paradoxaux : Bélier hydraulique, trompe, injecteur Giffard, éjecteur, etc...

M. Herschel en rétrécissant progressivement un tuyau et en mesurant au moyen d'un manomètre la différence des pressions qui s'exercent dans la section courante et dans la section étranglée est parvenu à évaluer très exactement le débit du tuyau. La vitesse du liquide est fournie à $\frac{1}{100}$ près par la formule de Bernouilli.

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = p_0 - p.$$

Le tunnel d'évacuation du grand barrage de Córdoba (République Argentine) a une forme très divergente. Des percussions formidables s'y font entendre. Elles sont évidemment la consé-

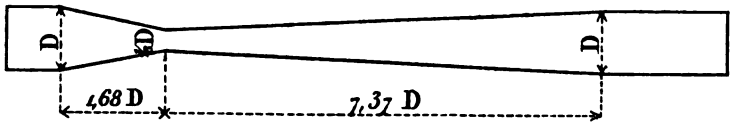


Fig. 20. — Compteur Herschel.

quence des phénomènes d'aspiration dont la section étroite est le siège.

Théorème de Bernouilli étendu à une veine liquide entraînée dans un mouvement de rotation. — Cette question revenant souvent dans la théorie des turbines et ne figurant pas dans tous les traités d'hydraulique, nous en donnons ici la démonstration.

Un tuyau de forme quelconque, immergé, tourne d'un mouvement uniforme autour d'un axe vertical. On suppose que de l'eau y soit constamment injectée sous une pression p_0. soit w_0 la vitesse du liquide, à son introduction. On demande la vitesse relative w de celui-ci en un point quelconque du tuyau.

Considérons la veine entre l'orifice d'entrée et le point considéré.

Les forces réellement appliquées sont : 1° la pesanteur, 2° les pressions sur les sections extrêmes, 3° les pressions latérales.

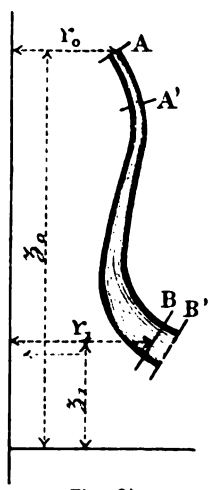


Fig. 21.

Nous supposerons les frottements négligeables et admettrons que les travaux intérieurs soient nuls.

Les forces fictives sont : 1° la force d'inertie du mouvement d'entraînement : $\int m\omega^2 r$, m étant la masse d'une molécule liquide, ω la vitesse angulaire d'entraînement, r la distance de la molécule à l'axe ; 2° la force centrifuge composée.

Appliquons le théorème des forces vives à la veine, dans le

mouvement relatif, pendant le temps qu'elle se déplace de la position AB à la position A'B'.

Les pressions latérales et la force centrifuge composée sont normales à la trajectoire relative; le travail de ces forces dans le mouvement relatif est par suite nul.

Evaluons le travail de la force centrifuge $m\omega^2 r$ lorsque le rayon passe de la valeur r à la valeur r' ; ce travail a évidemment pour expression $m\omega^2 r\,(r' - r)$, r' étant une valeur infiniment voisine de r.

On pourra écrire ce produit sous la forme suivante :

$$m\omega^2 \left(\frac{r + r'}{2}\right)(r' - r) = \frac{m\omega^2}{2}(r'^2 - r^2)$$

Pendant ce temps dt, la pesanteur a effectué sur la molécule un travail $mg\,(z - z')$, z et z' étant les cotes successives de celle-ci.

Le travail des deux forces précédentes étendu à toutes les molécules de la veine sera de la forme :

$$\left(\Sigma\, mgz + \Sigma\, m\,\frac{\omega^2 r'^2}{2}\right) - \left(\Sigma\, mgz' + \Sigma\, m\,\frac{\omega^2 r^2}{2}\right)$$

Mais, pour les molécules comprises entre les sections A' et B, c'est-à-dire communes aux deux volumes AB, A'B', cette différence est nulle. Nous n'avons donc à tenir compte que des molécules comprises dans les cylindres infiniment petits des extrémités.

Si P est le poids d'eau qui circule par seconde dans le tube, la différence se réduira dès lors à :

$$P\,dt\,(z_0 - z_1) + \frac{P dt}{2g}\,\omega^2(r_1^2 - r_0^2)$$

Les pressions sur les sections extrêmes donnent, d'autre part, un travail ayant pour expression :

$$p_0 S_0 w_0 dt - p_1 S_1 w_1 dt = P dt\,(p_0 - p_1)$$

S_0, S_1 étant les sections extrêmes, p_0 et p_1 les pressions correspondantes.

Dans l'expression de la différence des demi-forces vives, pour les deux positions AB, A' B', on n'aura à tenir compte, là aussi, que des masses constituant les petits cylindres extrêmes, de sorte

que l'équation se réduit finalement à la suivante :

$$\frac{1}{2}\frac{P}{g}\,dt\,(w_1^2 - w_0^2) = (z_0 - z)\,Pdt + Pdt\,(p_0 - p_1) + \frac{\omega^2}{2g}\,(r_1^2 - r_0^2)\,Pdt$$

relation qu'on peut écrire :

$$\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} = z_0 - z_1 + p_0 - p_1 + \frac{\omega^2}{2g}\,(r_1^2 - r_0^2) = z_0 - z_1 + p_0 - p_1 + \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g}$$

en appelant v_0 et v_1 les vitesses linéaires d'entraînement des points donnés A et B.

Mouvement de l'eau dans les canaux découverts. — Eytelwein, résumant une centaine d'expériences faites sur des rivières et des canaux creusés en terrain ordinaire, a donné la formule suivante : $z = 0{,}000\,38\ v^2 \frac{l\chi}{\omega}$; z représente ici la différence des cotes de la surface libre, pour deux sections situées à une distance l l'une de l'autre,

χ le périmètre mouillé de la section,

ω la section du lit,

v la vitesse moyenne de l'eau.

v peut être pris égal aux $\frac{8}{10}$ de la vitesse superficielle, au milieu du courant. Dans les expériences d'Eytelwein, la vitesse moyenne a varié de 0,12 m. à 2,50 m. et ω de 0,015 m. à 2600 mètres.

Lorsque la profondeur h du lit est négligeable devant la largeur, la formule précédente se transforme en la suivante :

$$v = 51\sqrt{z\frac{h}{l}} \text{ (formule de Tadini).}$$

UTILISATION DES CHUTES NATURELLES, CRÉATION DES CHUTES ARTIFICIELLES

Aménagement des chutes. — Un moteur thermique ou hydraulique est une machine destinée à transmettre à un arbre l'énergie emmagasinée dans un fluide sous forme de pression ou de force vive. Dans le cas du moteur hydraulique, pression ou force vive ne peuvent résulter que d'une différence de hauteur ménagée entre le niveau de l'eau d'alimentation et celui de l'eau d'échappement. C'est cette différence de niveaux qu'on appelle la chute.

Avant d'aborder l'étude des moteurs hydrauliques, nous examinerons rapidement les diverses circonstances de leur établissement.

Le cas de chute le plus simple est fourni par la chute naturelle, cascade ou cataracte. Il correspond toujours à une différence de niveaux assez considérable. Un bassin établi vers le point où l'eau se précipite dans le vide, un tuyau de fonte ou d'acier partant de ce réservoir et amenant le liquide au moteur constituent les éléments essentiels de l'installation, généralement très économique en pareille occurrence.

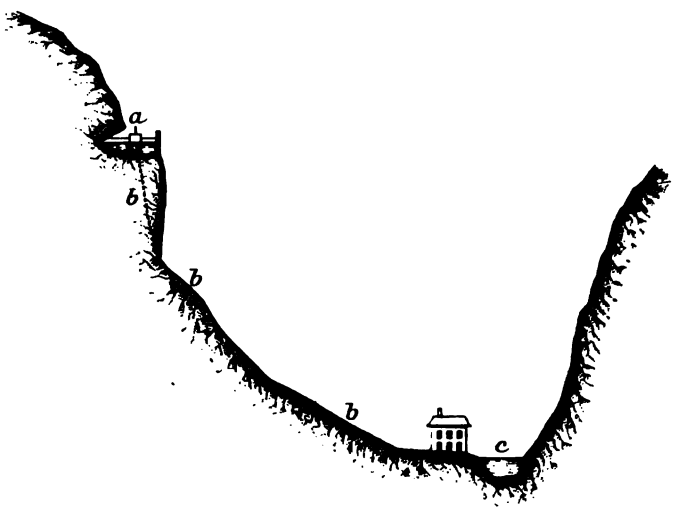


Fig. 22 — Schéma d'une installation à haute chute.
a, bassin d'alimentation ; *b*, tuyau d'amenée d'eau ; *c*, torrent.

Ainsi que nous l'avons dit déjà, c'est dans ces cas de haute chute que s'affirme le triomphe de la turbine, les dimensions de ce moteur prenant alors des proportions pour ainsi dire évanouissantes. A l'usine hydroélectrique du lac Tanay (canton de Vaud), les disques des turbines de 590 chevaux n'ont que $1^m,20$ de diamètre, sous une chute de 960 mètres.

Nous pourrions citer telle petite usine électrique des Pyrénées utilisant une cascade de 70 mètres de hauteur et dont le prix, dynamos non comprises, n'a pas dépassé 8 000 francs. Si l'on avait utilisé tout le débit disponible, le prix de revient du cheval, mesuré aux bornes de la dynamo, n'eût pas excédé 75 francs.

A Jonage au contraire (forces motrices du Rhône), où la chute a dû être créée au moyen d'une colossale dérivation du fleuve, le coût du cheval s'élève à 2 500 francs au moins.

La chute la plus importante qu'on ait encore exploitée est celle du Niagara. Cette rivière sort du lac Erié et se jette dans le lac Ontario ; elle forme deux cataractes immenses séparées l'une de l'autre par la petite île d'Iris. La chute canadienne, appelée le fer à cheval, a 600 mètres de longueur, celle de la rive américaine 200 mètres. L'entrée du canal d'amenée est à 2 kilomètres en amont de la cataracte, sur la rive des États-Unis. Cette dérivation a 150 mètres de largeur, 3,70 m. de profondeur et 460 mètres d'extension. Le canal de fuite est constitué par un tunnel percé dans la roche calcaire, mais revêtu cependant d'un muraillement de brique. Ce souterrain a une section de 36 mètres carrés ; sa longueur est de 2 kilomètres et sa pente de 0,007 ; la vitesse de l'eau y atteindra 8 mètres. Il passe sous la ville de Niagara. Les deux biefs sont réunis par de petites dérivations aboutissant à de larges tuyaux verticaux de 2,50 m. de diamètre disposés dans des puits, au-dessus des turbines. L'installation comporte un débit maximum de 300 mètres cubes. La chute étant de 43 mètres, la puissance brute disponible atteindra 170 000 chevaux environ. Ajoutons d'ailleurs que le volume d'eau utilisé ne représente qu'une fraction absolument insignifiante du débit de la rivière.

Les cascades et cataractes étant fort rares dans la nature, force est le plus souvent de créer les chutes. On parvient à réaliser ces différences de niveaux artificielles en barrant les rivières ou les torrents et en forçant les eaux à s'élever en amont de l'ouvrage. Les barrages forment souvent déversoir, ils sont alors généralement placés très obliquement par rapport aux rives, de façon à présenter, en temps de crue, un débouché considérable pour une faible hauteur de lame d'eau. L'usine est établie sur l'ouvrage même ou dans son voisinage immédiat. La chute étant rarement considérable dans un cas pareil, les tuyaux d'amenée d'eau au moteur ne trouvent plus leur emploi, à cause des dimensions qu'il faudrait leur donner. Une chambre d'eau fait donc suite au bief d'amont ; son plancher placé à quelques centimètres au-dessus du niveau d'aval reçoit le distributeur de la turbine.

Avant d'aborder l'étude des moteurs hydrauliques, nous examinerons rapidement les diverses circonstances de leur établissement.

Le cas de chute le plus simple est fourni par la chute naturelle, cascade ou cataracte. Il correspond toujours à une différence de niveaux assez considérable. Un bassin établi vers le point où l'eau se précipite dans le vide, un tuyau de fonte ou d'acier partant de ce réservoir et amenant le liquide au moteur constituent les éléments essentiels de l'installation, généralement très économique en pareille occurrence.

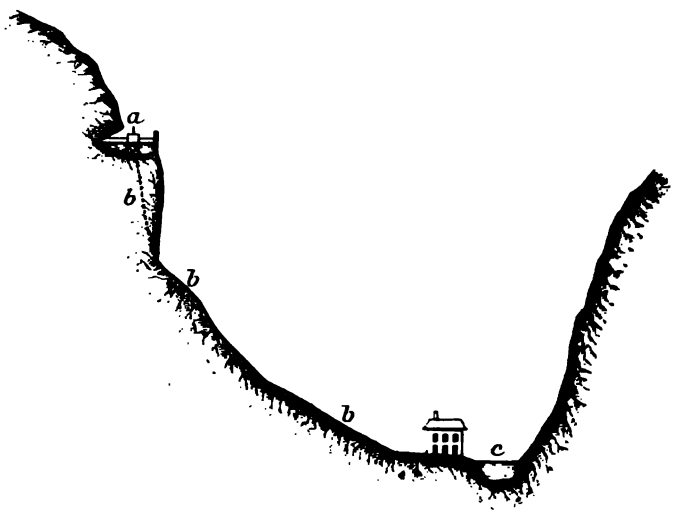


Fig. 22 — Schéma d'une installation à haute chute.
a, bassin d'alimentation; *b*, tuyau d'amenée d'eau; *c*, torrent.

Ainsi que nous l'avons dit déjà, c'est dans ces cas de haute chute que s'affirme le triomphe de la turbine, les dimensions de ce moteur prenant alors des proportions pour ainsi dire évanouissantes. A l'usine hydroélectrique du lac Tanay (canton de Vaud), les disques des turbines de 500 chevaux n'ont que $1^m,20$ de diamètre, sous une chute de 960 mètres.

Nous pourrions citer telle petite usine électrique des Pyrénées utilisant une cascade de 70 mètres de hauteur et dont le prix, dynamos non comprises, n'a pas dépassé 8 000 francs. Si l'on avait utilisé tout le débit disponible, le prix de revient du cheval, mesuré aux bornes de la dynamo, n'eût pas excédé 75 francs.

A Jonage au contraire (forces motrices du Rhône), où la chute a dû être créée au moyen d'une colossale dérivation du fleuve, le coût du cheval s'élève à 2 500 francs au moins.

La chute la plus importante qu'on ait encore exploitée est celle du Niagara. Cette rivière sort du lac Erié et se jette dans le lac Ontario ; elle forme deux cataractes immenses séparées l'une de l'autre par la petite île d'Iris. La chute canadienne, appelée le fer à cheval, a 600 mètres de longueur, celle de la rive américaine 200 mètres. L'entrée du canal d'amenée est à 2 kilomètres en amont de la cataracte, sur la rive des États-Unis. Cette dérivation a 150 mètres de largeur, 3,70 m. de profondeur et 460 mètres d'extension. Le canal de fuite est constitué par un tunnel percé dans la roche calcaire, mais revêtu cependant d'un muraillement de brique. Ce souterrain a une section de 36 mètres carrés ; sa longueur est de 2 kilomètres et sa pente de 0,007 ; la vitesse de l'eau y atteindra 8 mètres. Il passe sous la ville de Niagara. Les deux biefs sont réunis par de petites dérivations aboutissant à de larges tuyaux verticaux de 2,50 m. de diamètre disposés dans des puits, au-dessus des turbines. L'installation comporte un débit maximum de 300 mètres cubes. La chute étant de 43 mètres, la puissance brute disponible atteindra 170 000 chevaux environ. Ajoutons d'ailleurs que le volume d'eau utilisé ne représente qu'une fraction absolument insignifiante du débit de la rivière.

Les cascades et cataractes étant fort rares dans la nature, force est le plus souvent de créer les chutes. On parvient à réaliser ces différences de niveaux artificielles en barrant les rivières ou les torrents et en forçant les eaux à s'élever en amont de l'ouvrage. Les barrages forment souvent déversoir, ils sont alors généralement placés très obliquement par rapport aux rives, de façon à présenter, en temps de crue, un débouché considérable pour une faible hauteur de lame d'eau. L'usine est établie sur l'ouvrage même ou dans son voisinage immédiat. La chute étant rarement considérable dans un cas pareil, les tuyaux d'amenée d'eau au moteur ne trouvent plus leur emploi, à cause des dimensions qu'il faudrait leur donner. Une chambre d'eau fait donc suite au bief d'amont ; son plancher placé à quelques centimètres au-dessus du niveau d'aval reçoit le distributeur de la turbine.

Il est assez rare en somme qu'on puisse ainsi édifier l'usine dans le lit du cours d'eau, soit parce que les lieux sont mal disposés pour la construction des bâtiments, soit parce que l'élévation du niveau des eaux en amont du barrage entraînerait l'inondation des terrains riverains. On se trouve alors amené à créer, au moyen d'une dérivation, une rivière artificielle sur laquelle la chute est ménagée. L'eau entre tantôt librement, tantôt forcée par un barrage de faible hauteur, dans le lit ainsi creusé. La pente de ce dernier, en amont comme en aval de l'usine, reste aussi faible que

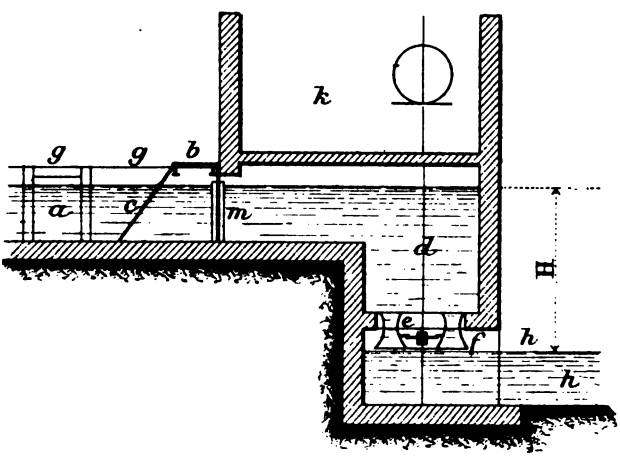


Fig. 23. — Schéma d'une installation à basse chute.

a, vanne de décharge; *b*, pont de service; *c*, grille; *d*, chambre d'eau; *e*, distributeur; *f*, turbine; *g*, canal d'amenée; *h*, canal de fuite; H, chute; *k*, usine; *m*, vanne de garde.

possible, de sorte que la chute se trouve être à peu près égale à la différence des niveaux, aux extrémités du canal.

Des déversoirs et des vannes de décharge permettent, en temps de crue, de rejeter à la rivière les masses d'eau qui envahiraient la dérivation et auxquelles les moteurs ne sauraient livrer un passage suffisant. Parfois même un ouvrage de garde, placé à l'entrée du canal, en régularise le débit.

Les moteurs sont établis suivant les dispositions décrites plus haut : dans le cas de haute chute, une chambre d'eau construite sur le versant de quelque côteau dominant l'usine termine le canal d'amenée et une canalisation métallique amène l'eau de ce réser-

voir à la bâche de la turbine; si la chute au contraire est de peu d'importance, la chambre d'eau s'abaisse presque au niveau du canal de fuite et reçoit le distributeur de la turbine, dans sa partie inférieure.

Une solution très élégante du problème qui nous occupe est encore fournie par l'utilisation, non plus des cours d'eau, mais des lacs de montagne auxquels on donne un écoulement vers une usine placée dans quelque vallée voisine.

M. Bergès a, le premier, créé une chute considérable par ce moyen, à sa papeterie de Lancey près de Grenoble. La plus remarquable application du même principe est fournie par l'installation hydro-électrique du lac Tanay que nous avons déjà citée.

La chute qu'y a ménagé l'ingénieur vaudois, M. Boucher, atteint 960 mètres. C'est la plus haute qui soit encore utilisée dans le monde.

Rappelons, à ce sujet, que les chutes naturelles les plus élevées d'Europe sont celles de Dœgerfos (450 mètres, Norwège) et de Gavarnie (422 mètres). Sous le rapport du débit, la cataracte que forme le Rhin à Laufen, près de Schaffhouse, est la plus remarquable de l'ancien continent; sa hauteur atteint 25 mètres. Elle doit être toutefois placée à un rang bien secondaire si on la compare aux fameuses chutes du Niagara et surtout à celles du Zambèse. Ces dernières en effet seraient deux fois plus hautes et deux fois plus larges que la cataracte américaine.

Nous venons de décrire sommairement les diverses dispositions que peut présenter l'établissement d'une usine hydraulique, jetons maintenant un coup d'œil rapide sur les principaux travaux que nécessite une semblable installation.

Barrages. — La question des barrages fournirait, à elle seule, matière à des développements considérables, car il n'est pas d'ouvrage dont la construction soit plus délicate ni dont la ruine puisse avoir des conséquences plus redoutables. Nous ne ferons donc qu'effleurer ce sujet.

Dans l'Isère, on établissait tous les barrages de faible hauteur au moyen de petits chevalets (cabrettes) formés de trois baliveaux réunis par un boulon à leur extrémité supérieure. Un plancher

triangulaire était placé, à mi-hauteur, dans la pyramide, et l'intervalle compris entre celui-ci et les trois arêtes rempli avec de gros galets qui assuraient par leur poids la fixité du système, d'une façon assez précaire, il est vrai, en temps de grandes eaux. Des fascines assujetties sur la ligne des chevalets fermaient, tant bien que mal, le lit du cours d'eau.

Ces ouvrages rustiques peuvent, à titre provisoire, rendre des services, mais ils deviennent très onéreux s'ils sont adoptés d'une manière définitive, car ils astreignent l'usinier à des réfections incessantes.

Les digues les plus dignes de retenir l'attention des construc-

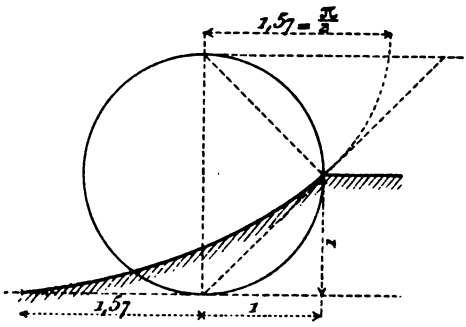


Fig. 24.

teurs sont, en dépit des apparences, celles qui sont élevées entièrement en terre. Pour de faibles hauteurs de retenue, on peut employer, dans leur construction, des matériaux de déblai de bonne qualité. C'est ainsi que sont établies les berges des canaux tracés en remblai. Dans ces travaux, il ne faut pas songer à adopter, au contact de l'eau, les talus admis en des circonstances ordinaires. On peut observer qu'après un temps plus ou moins long, les rives en terre rapportée prennent pour profil une cycloïde dont l'élément d'émergence coïncide avec le talus naturel. Celui-ci étant de 45° par exemple la pente se trouve avoir une valeur moyenne de $\frac{1}{2,57}$ soit de $\frac{1}{3}$ environ. Si l'on adoptait une déclivité moins douce, la rive n'en prendrait pas moins cette forme cycloïdale et elle le ferait aux dépens de la plate-forme.

Dès que les digues en terre atteignent quelque hauteur, il importe de les établir avec des soins particuliers. Le barrage de

Montaubry, près du Creusot, peut être pris comme modèle d'un grand travail de ce genre. A Jonage, les terres dont on disposait provenaient d'anciennes alluvions du Rhône; elles étaient très sablonneuses. On devait donc se tenir en garde contre les infiltrations et les affouillements si redoutables en pareil cas[1]. Les digues se composent de trois parties différentes : la partie A, qui subit le contact des eaux, est formée d'un corroi obtenu par le mélange d'une partie d'argile et de deux parties de sable. Cette terre a été répandue par couches de 0,10 m., saupoudrée de chaux hydraulique (16 litres par mètre cube), corroyée au moyen de rouleaux cannelés puis arrosée et réduite enfin par la compression des cylindres à une épaisseur deux fois plus faible que celle qui

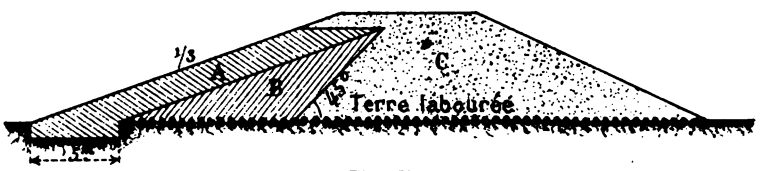


Fig. 25.

résultait de l'épandage. Entre ce corroi protecteur et la digue proprement dite on interposa un prisme B de terre argileuse mêlée de gravier disposé par stratifications de 0,20 m. de hauteur. La compression était obtenue par le seul passage des trains. Enfin le corps principal de la digue C fut fait de gravier répandu par couches de 0,60 m. d'épaisseur.

En ces dernières années, les Américains ont imaginé un type de barrage en terre aussi ingénieux qu'économique : partant de ce principe que la terre oppose, au point de vue de la résistance statique, à la poussée des eaux, un effort qui ne dépend guère que de la densité de la masse solide, ils ont imaginé de construire l'ouvrage avec des terres de qualité quelconque protégées des infiltrations par un diaphragme absolument imperméable. Ce dernier est formé d'une immense feuille de tôle noyée dans un

[1] Le 28 avril 1899, le niveau de la crue s'étant élevé de 4 mètres, les eaux s'infiltrèrent sous le barrage de maçonnerie qui, à l'entrée du canal, est destiné à régulariser le débit. Elles ne purent franchir le mur garde-radier, ou prolongement inférieur de l'ouvrage, mais elles le longèrent et se frayèrent un passage vers la région où le massif s'enracine dans la rive gauche. Les désordres qui résultèrent de cet affouillement furent tels qu'il fallut procéder à la réfection du barrage.

massif de maçonnerie qui n'a d'autre utilité que de mettre le métal à l'abri des agents d'oxydation.

Comme exemple de barrage en maçonnerie, nous citerons celui d'Avignonnet qui vient d'être construit sur le Drac, dans l'Isère. Il est constitué par un monolithe en béton de ciment (250 kilogrammes de ciment de la Porte de France par mètre cube de béton). Les surfaces sont seulement protégées par un revêtement en moellons. L'ouvrage mesure 22 mètres de hauteur, 60 mètres environ de longueur, 4,75 m. de largeur en tête et 24 mètres à la base. Certaines parties des fondations n'ont pu être assises sur le rocher; un mur descendant à 8 mètres au-dessous du lit et destiné à contrarier les infiltrations a alors été construit en ces points critiques. Disposition qui n'est pas sans hardiesse : la crête du barrage sert de déversoir en temps de crue. Des moellons de pierre dure font saillie de distance en distance sur la surface du parement aval et forment brise-lames. Une sorte de dallage en ciment armé s'étend sur toute la largeur du lit, à une assez grande distance en aval du massif. Il est destiné à empêcher les affouillements. La pente du Drac étant de 0,007, la ligne d'eau a été modifiée, par la création du barrage, jusqu'à 3 kilomètres en amont. Sur la gauche de l'ouvrage se trouvent le pertuis de chasse, pour l'évacuation des graviers, ainsi que l'orifice du canal d'amenée.

Le mérite des constructeurs ressort, non des dimensions de ce mur de retenue, mais des difficultés considérables qui entravaient son exécution et semblaient comme la rançon de la puissance formidable arrachée à la nature (10 000 IP).

Nous ne pousserons pas plus loin cette étude rudimentaire des barrages et nous aborderons celle des canalisations.

Canalisations. — Les canaux d'amenée sont constitués par des aqueducs à ciel ouvert, par des tuyaux ou par des tunnels. Ces derniers sont toujours revêtus d'un enduit. Aux chutes du Niagara, on avait cru pouvoir se dispenser de cette précaution, mais on reconnut vite la nécessité de renoncer à une semblable économie. Malgré l'apparente résistance du banc calcaire traversé par le tracé souterrain, il fallut protéger les parois du boyau par un revêtement de briques.

Les canalisations métalliques à joints boulonnés n'exigent pas d'amarrages dans les terrains ordinaires. Il n'en va plus de même sur les fortes pentes, dans les coudes. Des massifs de butée sont alors nécessaires.

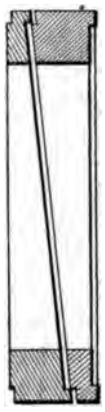


Fig. 26. — Rondelles interposées entre deux tuyaux d'inclinaison et d'azimut différents.

On peut voir à l'usine des Clavaux et à celle de Champ (Isère) les tuyaux les plus volumineux qu'on ait encore adoptés. Ils atteignent 2.50 m. dans le premier cas et 3,50 m. dans le second. Mais c'est l'installation du lac Tanay, nous l'avons dit, qui offre l'exemple des plus fortes charges. La pression n'y est pas éloignée de 100 atmosphères. Le métal employé est l'acier Martin-Siemens. A la partie basse de la canalisation, les tubes soudés au laminoir ne présentent pas de rivures; leur épaisseur varie de 8 à 18 millimètres, le diamètre extérieur étant de 341 milli-

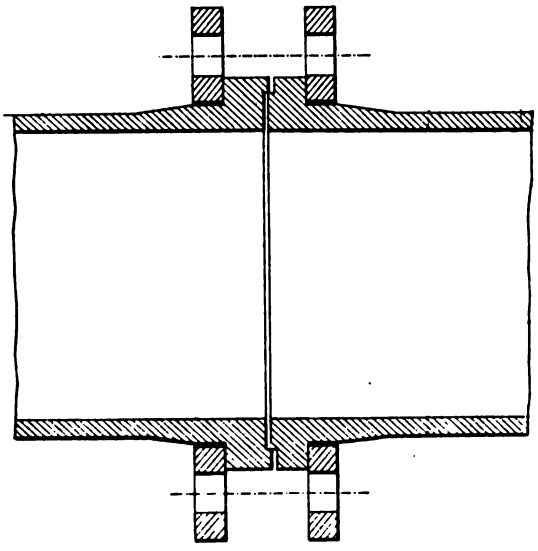


Fig. 27.

mètres. Le long du tube et entre les brides des extrémités peuvent glisser des collerettes de serrage; elles sont percées de trois trous pour le passage des boulons. On assure l'étanchéité du joint

par l'introduction d'un boudin d'amiante enveloppé de cuivre. Les coudes sont obtenus par une méthode particulière qui permet de faire varier à volonté l'angle de deux tuyaux consécutifs. Les deux parties en contact se terminent par un plan qui est légèrement incliné sur l'axe. Elles ne font pas partie des tuyaux courants mais de petits éléments de tube extrêmement courts qu'on interpose entre les brides. Deux trous ménagés sur l'extérieur de ces rondelles permettent de les saisir au moyen d'une clef spéciale et de les faire tourner sur elles-mêmes. Lorsqu'il s'agit de poser un tuyau, celui-ci est légèrement serré sur le précédent après interposition de deux rondelles. Vient-on à faire tourner la rondelle voisine du dernier tube, on modifie l'angle des deux tuyaux. Vient-on à agir sur l'autre rondelle, le dernier tuyau décrit un cône autour du précédent. On peut donc arriver à poser le tube extrême dans telle position fixée d'avance.

La canalisation du lac Tanay a été enterrée à une profondeur de 1,50 m., afin qu'elle fût ainsi mise à l'abri des chutes de rochers et des gelées très intenses qui sévissent dans la zone traversée.

Lorsque les éboulements ne sont pas à redouter et que l'écoulement de l'eau est permanent dans le tuyau, on laisse celui-ci se développer à l'air libre et l'on se contente de le protéger contre l'oxydation au moyen d'une peinture au goudron.

Outre les tuyaux en métal, on a employé des tubes en ciment armé. A l'usine de Champ on n'a pas craint d'affronter des pressions de 20 mètres d'eau dans ces conditions. Et le tube ne mesure pas moins de 3,30 m. de diamètre ! Un parti de cavaliers Indiens y circulerait avec autant d'aisance que dans les cañons du Colorado. L'ossature du cylindre est formée par un système réticulaire de génératrices en fers ronds de 12 millimètres et de directrices de 22 millimètres ; l'épaisseur du ciment est de 25 centimètres. Le tube repose sur une chape de béton de 0,30 m. d'épaisseur et sa partie supérieure fait saillie de 1 mètre environ au-dessus de sol. Cette canalisation en ciment armé n'a pas moins de 2 kilomètres d'extension. La vitesse de l'eau y est de 2 mètres ; elle correspond à une perte de charge de 1,40 m. par kilomètre.

Le poids d'eau en mouvement dans toute la canalisation atteint

presque 40 000 tonnes. On juge des effets dévastateurs d'une pareille masse, si elle venait à s'arrêter brusquement. Aussi trois tubes d'expansion ont-ils été disposés de distance en distance, à la façon d'énormes piésomètres. En outre des vannes dites compensatrices maintiennent constant le débit, quelle que soit la demande des turbines.

De même, à Terni (Italie), grâce à une disposition de ce genre, l'eau du tuyau d'amenée aux turbines continue à s'écouler lorsqu'on ferme le vannage de ces moteurs.

Bassins de décantation. — On ne peut décrire, même à grands

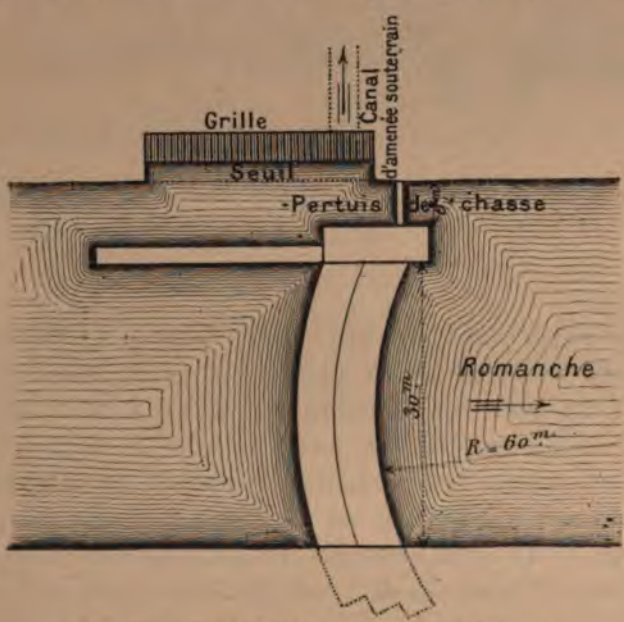


Fig. 28. — Prise d'eau de l'usine de Livet (Isère).

traits, les parties essentielles d'une installation hydraulique sans faire mention des bassins dits de décantation. Les eaux des torrents entraînent une grande quantité de graviers, voire de cailloux roulés, en temps de crues. Si l'on considère que les projectiles des armes à feu sont animés d'une vitesse à peine quatre fois supérieure à celle des eaux injectées dans certaines turbines, on se fera facilement une idée des graves inconvénients

qu'entraînerait l'introduction de simples corpuscules solides dans les appareils distributeurs ou dans les roues. Au reste l'abondance des matériaux charriés par les cours d'eau à forte pente est parfois telle que les canaux d'amenée seraient promptement obstrués, si l'on ne parait à ces accidents par des dispositions appropriées. Pour empêcher l'accès des galets dans les aqueducs et pour provoquer la précipitation des graviers, on a recours à des chambres où l'eau ne peut pénétrer qu'en franchissant un

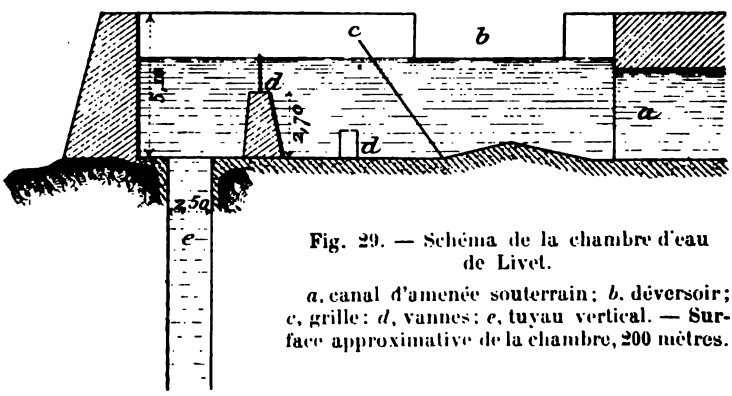


Fig. 29. — Schéma de la chambre d'eau de Livet.

a, canal d'amenée souterrain; *b*, déversoir; *c*, grille; *d*, vannes; *e*, tuyau vertical. — Surface approximative de la chambre, 200 mètres.

déversoir noyé. Nous citerons comme modèle de chambres de décantation celles qui ont été adoptées dans l'installation de Livet (Isère). Cette usine est alimentée par les eaux de la Romanche, torrent dont la pente, dans cette région, n'est pas inférieure à une trentaine de mètres par kilomètre. Un barrage en maçonnerie de faible hauteur, protégé par un revêtement en planches, assure l'alimentation du canal d'amenée. L'eau ne pénètre dans celui-ci qu'après avoir franchi un déversoir de 2 mètres de hauteur situé sur la rive, parallèlement au fil de l'eau. Ce seuil est surmonté d'une grille inclinée. Matériaux pierreux en suspension, corps flottants et cailloux roulés par le courant sont donc arrêtés en grande partie, à cet endroit. Les dépôts formés au pied du déversoir peuvent être évacués de temps en temps vers l'aval du barrage au moyen d'un pertuis de chasse. C'est de la chambre protégée par ce mur noyé que part le tunnel d'amenée, boyau de section circulaire qui longe presque horizontalement la montagne, à quelque 30 mètres de la surface. Après un parcours souterrain de

2 kilomètres, les eaux débouchent dans une seconde chambre divisée en deux compartiments au moyen d'un déversoir à grille, muni, lui aussi, d'une vanne de décharge. Un trop-plein contigu à cette vanne permet aux eaux en excès de se précipiter dans la Romanche. Cette cascade artificielle qui ne mesure pas moins de 60 mètres de hauteur disparaîtra prochainement; elle sera remplacée par une canalisation métallique. On a en effet reconnu que les embruns émis par la cataracte détérioraient les alternateurs. Le déversoir franchi, l'eau pénètre dans le second compartiment et c'est de là qu'elle s'engouffre dans le tuyau vertical de 60 mètres de hauteur et de 2,50 m. de diamètre qui l'amène aux turbines. Ce tube est placé dans un puits mais l'intervalle laissé entre la paroi rocheuse et le cylindre métallique a été bourré de béton. A la colonne verticale fait suite un tuyau horizontal de quelques mètres de longueur, muni, d'une vanne de décharge. C'est sur ce dernier que sont branchées les courtes canalisations qui alimentent chacune des turbines.

CHAPITRE II

TURBINES A IMPULSION

NOTATIONS ADOPTÉES DANS CE QUI SUIT

$\mathfrak{P}$ puissance de la chute ;

Q débit ;

H chute ;

ω vitesse angulaire de la turbine ;

h hauteur de la turbine axiale ;

V_0 vitesse de l'eau injectée par le distributeur ;

V_1 vitesse absolue de l'eau évacuée de la turbine ;

v_0 vitesse linéaire de la turbine, à l'entrée de l'eau ;

v_1 vitesse linéaire de la turbine, à la sortie de l'eau.

v vitesse linéaire de la turbine axiale, à l'entrée ou à la sortie de l'eau ;

w_0 vitesse relative de l'eau, à son entrée dans la turbine ;

w_1 vitesse relative de l'eau, à sa sortie de la turbine ;

p_0 pression à la sortie du distributeur ;

p_1 pression à la sortie de la turbine ;

α angle $\widehat{V_0 w_0}$.

β angle $\widehat{v_0 V_0}$;

γ angle $\widehat{w_1(-v_1)}$;

δ, angle $\widehat{v_0 w_0} = \alpha + \beta$;

$\lambda = \pi - (\alpha + \beta)$, angle $\widehat{w_0(-v_0)}$;

a_0, largeur de l'orifice d'admission de la turbine, mesurée suivant le rayon, pour la turbine axiale, suivant l'axe, pour la turbine radiale ;

a_1, largeur de l'orifice d'échappement de la turbine, mesurée comme a_0 ;

r_0, distance de l'orifice d'admission à l'axe de rotation ;

r_1, distance de l'orifice d'échappement à l'axe de rotation.

r, distance moyenne des orifices d'admission ou d'échappement, dans la turbine axiale.

N, nombre de tours faits par la turbine en une minute.

A_0, section de l'orifice de sortie du distributeur.

A, section de l'orifice d'entrée de la turbine.

A_1, section de l'orifice de sortie de la turbine ;

$\mathcal{R}$, rendement théorique ;

e, épaisseur des aubes du distributeur ;

n, nombre d'aubes du distributeur;

e_1, épaisseur des aubes de la turbine;

n_1, nombre d'aubes de la turbine;

R, coefficient de réaction, $\frac{H}{R}$ charge à la sortie du distributeur.

CLASSIFICATION DES TURBINES A IMPULSION

Turbines à impulsion et turbines à réaction. — Définition. — Les turbines hydrauliques peuvent être classées en deux catégories : les turbines à impulsion et les turbines à réaction. Les premières sont caractérisées par ce fait que l'eau n'y travaille pas en charge. La pression dans ces moteurs est constamment égale à celle du milieu ambiant et chaque molécule liquide se comporte comme si elle était isolée. Faisant usage d'un terme qu'on applique aux tuyaux de conduite d'eau, nous dirons que les turbines à réaction ne sont autre chose que des turbines forcées. Un exemple connu de pareils moteurs est fourni par le tourniquet hydraulique que décrivent les traités de physique.

La turbine à impulsion constituant un simple cas particulier de la turbine à réaction, il serait rationnel d'établir tout d'abord la théorie de cette dernière. Quelques simplifications apportées aux formules permettraient ensuite de trouver les équations du moteur à impulsion. Toutefois il nous a paru préférable de suivre une marche inverse afin de graduer les difficultés. L'exposition est ainsi plus laborieuse mais elle gagne, croyons-nous, en clarté et les déductions se gravent mieux dans la mémoire.

Nous commencerons donc l'étude des turbines par celle du type à impulsion.

Principe de la turbine à impulsion dite aussi turbine d'action. — Une aube polie ayant une forme à peu près demi circulaire est animée d'un mouvement de translation parallèle aux éléments extrêmes de l'arc. Lançons une bille également polie avec une vitesse V_0, tangentiellement au premier élément de l'aube. Soit v la vitesse du mouvement de translation, la vitesse relative de la bille sera, à son entrée dans l'aube, $V_0 - v$ et elle se maintiendra constante pendant tout le temps que la bille parcourra le coursier courbe : Il suffit, pour se rendre compte de ce fait, d'appliquer le théorème des forces vives au mouvement relatif du projectile, il vient en effet :

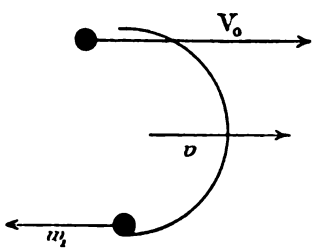


Fig. 30.

$$\frac{mw_1^2}{2} - \frac{mw_0^2}{2} = 0$$

w_0 et w_1 étant les vitesses relatives d'entrée et de sortie.

Le second membre de l'équation est égal à 0, car la seule force réelle, qui est la réaction de l'aube, reste normale à la trajectoire relative, son travail dans le mouvement relatif est donc nul. D'ailleurs les deux forces fictives sont nulles aussi parce que le mouvement d'entraînement est une translation de vitesse constante.

La vitesse relative, à la sortie de l'aube, étant $V_0 - v$, comme à l'entrée, la vitesse réelle de la bille sera égale à :

$$V_1 = (V_0 - v) - v = V_0 - 2v \qquad \text{(p. 22)}$$

Or si la vitesse de translation de l'aube v a été justement prise égale à $\frac{V_0}{2}$, demi-vitesse de la bille, avant son entrée dans le coursier, il vient :

$$V_1 = 0$$

Toute la force vive du projectile est amortie et comme celui-ci n'a subi l'action d'aucun choc ni d'aucun frottement, cette force vive a été intégralement employée à l'entretien du mouvement de translation de l'aube.

Au lieu d'une molécule isolée, considérons une suite non interrompue de molécules, une nappe d'eau lancée tangentiellement

au premier élément de l'aube et nous aurons la notion du moteur à impulsion.

Deux conditions régissent son fonctionnement savoir :

1° Entrée de l'eau sans choc et déplacement de l'eau sans remous

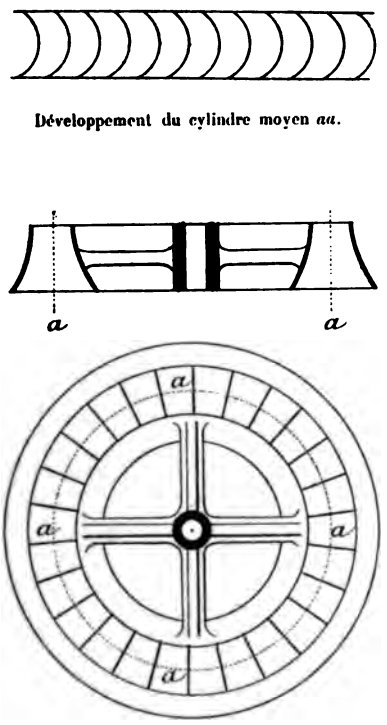


Fig. 31. — Turbine axiale ou parallèle.

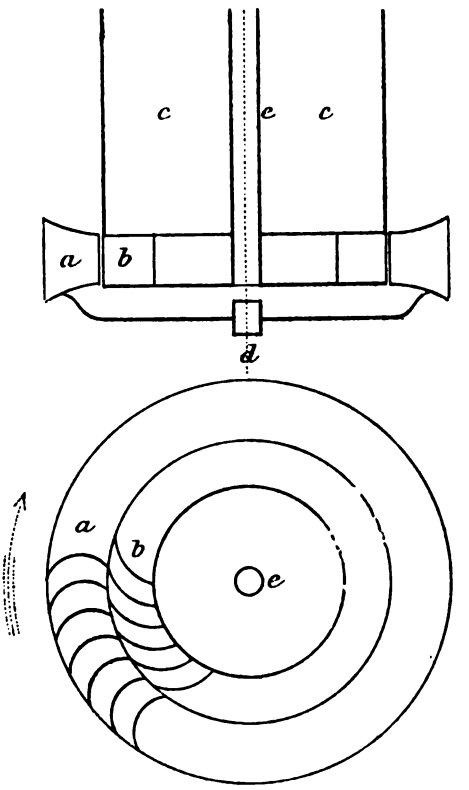


Fig. 32. — Turbine radiale (centrifuge). *a*, turbine proprement dite; *b*, distributeur; *c*, cuve métallique; *d*, arbre fixe; *e*, arbre creux portant la turbine.

dans l'aubage, chaque molécule agissant comme si elle était isolée.

2° Sortie de l'eau sans vitesse.

Un mouvement de translation continu étant en pratique irréalisable, on a substitué à celui-ci un mouvement de rotation et les aubages sont distribués sur le pourtour d'une roue.

Si le filet liquide moyen reste à une distance invariable de l'axe de rotation, la turbine est dite parallèle ou axiale (type Fontaine).

La section droite de l'aube est alors contenue dans un plan parallèle à l'axe. Si au contraire le filet liquide ne sort point d'un plan perpendiculaire à l'axe, la turbine est dite radiale (type Fourneyron). Une turbine radiale peut être centrifuge ou centripète.

Une difficulté se présente ici relativement à l'introduction et à l'évacuation de l'eau. Les aubes sont en effet régulièrement échelonnées l'une derrière l'autre, si donc on suppose que l'eau est lancée dans la turbine tangentiellement au premier élément de l'aube, c'est-à-dire tangentiellement au cercle que décrit ce premier élément, en tournant autour de l'axe, la section d'entrée des canaux formés par deux aubes consécutives est nulle et l'in-

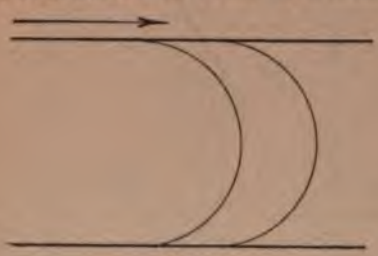


Fig. 33.

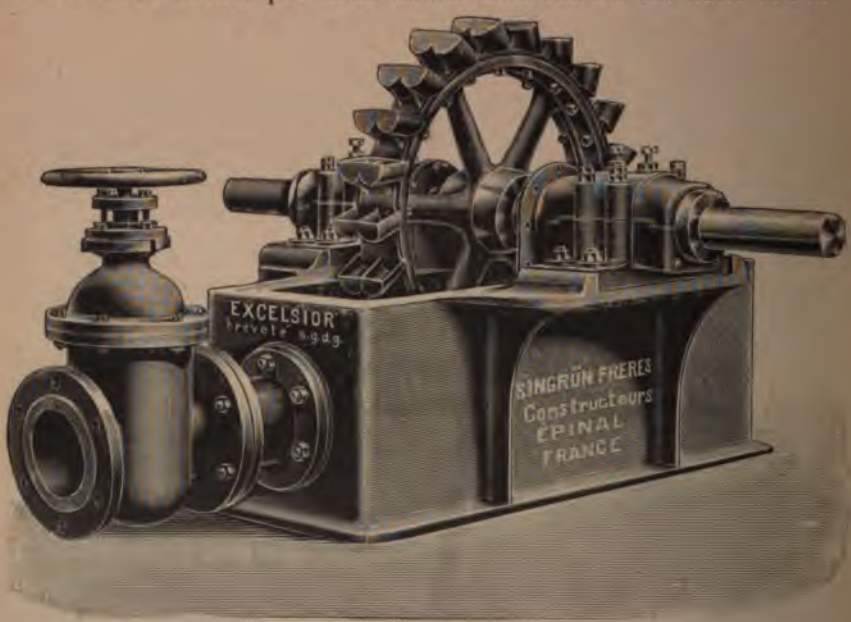


Fig. 34. — Roue-turbine « Excelsior » montée sur bâti en fer.

troduction par suite impossible. On pare (d'une façon imparfaite, il est vrai) à cette difficulté en donnant aux angles d'introduction et d'évacuation une valeur, non pas nulle, mais aussi voisine que

possible de cette limite. Cette solution approchée aura nécessairement une influence fâcheuse sur le rendement, mais l'inconvénient ne peut être évité pour les dispositions que nous venons de décrire.

Il existe un type de turbine, d'invention américaine, qui réalise

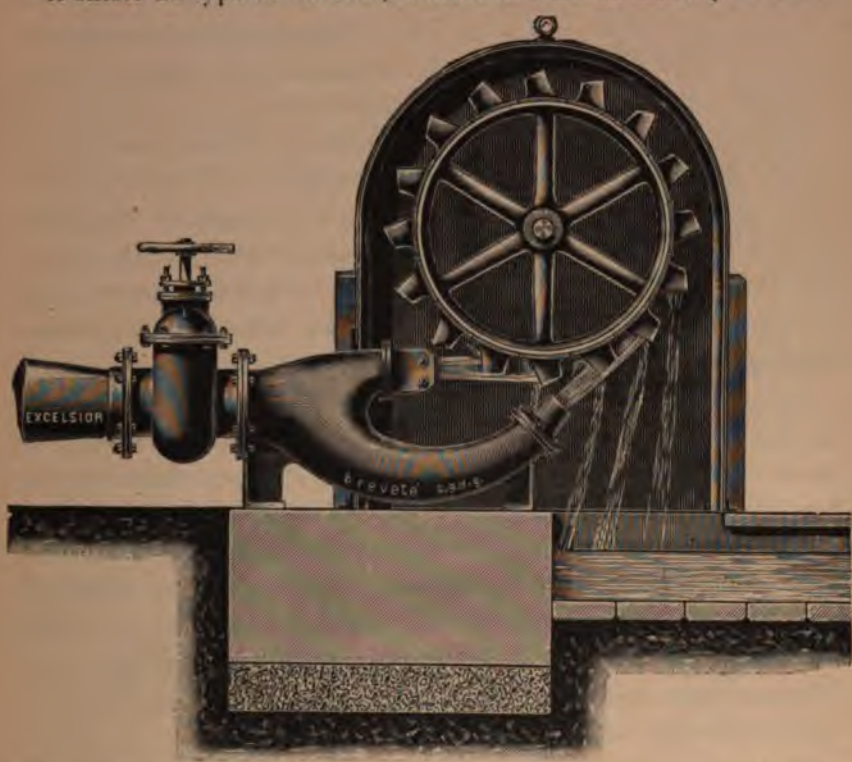


Fig. 35. — Roue-turbine « Excelsior » sur massif en maçonnerie, avec double injecteur, avec ajutage ordinaire et ajutage réglable, breveté S. G. D. G.

rigoureusement les desiderata de la théorie, c'est la roue Pelton, moteur aujourd'hui en grande faveur dans les exploitations minières de l'Ouest américain. Cette turbine se distingue de toutes les autres en ce que l'angle d'entrée de l'eau est rigoureusement nul et que celui de sortie, nul aussi dans les premières machines, est actuellement très faible. Destinée aux très hautes chutes, la roue Pelton est mise en mouvement par un ou plusieurs jets d'eau. Des aubes doubles en forme d'ω sont fixées sur le pourtour de la roue et le jet, dirigé au moyen d'une sorte de lance

à débit réglé par un pointeau, vient frapper sur la tranche de la paroi commune aux deux augets jumeaux. La lame d'eau se moule donc sur la concavité de l'aube et reste libre sur une de ses deux faces.

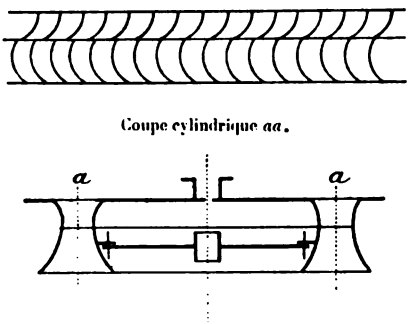


Fig. 36. — Distributeur et turbines, type axial.

Pour terminer la description sommaire des turbines à impulsion il nous reste à mentionner une de leurs parties essentielles : le distributeur. C'est une couronne fixe assez semblable à la couronne mobile ou turbine proprement dite et munie, comme elle, d'aubages. Ceux-ci sont destinés à diviser l'eau en lames, avant son admission, afin de la lancer suivant la direction convenable. Le distributeur est placé extérieurement et concentriquement à la couronne mobile dans le type centripète, intérieurement dans le type centrifuge, généralement au-dessus de la roue dans le type axial. Le rôle du distributeur a été mis en lumière par Fourneyron. Si les aubes directrices étaient supprimées, l'eau affluerait dans la turbine d'une façon tumultueuse et le rendement serait notablement abaissé. Certaines turbines du type mixte, assez connues, sont construites sans distributeur. L'effet utile de ces moteurs ne dépasse pas 65 p. 100.

Lorsque le débit est très réduit, et c'est le cas des hautes chutes, l'alimentation de la couronne mobile ne se fait plus que sur une faible fraction de la circonférence. Le distributeur ne compte alors que quelques aubes, parfois même ce n'est plus qu'une sorte de lance d'eau. La roue Pelton vient de nous offrir un exemple de cette dernière disposition.

Toutes les turbines qui sont actuellement en fonctionnement rentrent dans l'un des deux types que nous venons de décrire ou participent à la fois de l'un et de l'autre.

Le principe de la turbine axiale est dû au géomètre Euler, compatriote des Bernouilli et élève de l'un d'eux. L'idée fut reprise et développée par Burdin vers 1827 et c'est Fontaine, fondeur à

Chartres, qui créa le premier moteur industriel de ce genre. Mais il avait été devancé dans cette voie par un ingénieur des mines, B. Fourneyron, qui, en 1834, obtint le prix que l'Académie des sciences proposait vainement depuis neuf années sur cette question. Fourneyron venait alors d'installer à Inval (Eure) la première turbine centrifuge et cet essai avait été couronné de succès, car le rendement du moteur atteignit 70 p. 100.

Pendant cinquante ans, on s'en tint à la turbine axiale de Fontaine et à la turbine radiale de Fourneyron, la première jouissant toutefois d'une faveur plus grande, à cause de la supériorité de son vannage. Ce n'est que depuis une vingtaine d'années que nos constructeurs se sont enfin préoccupés des progrès réalisés par leurs concurrents d'Amérique et que le moteur à réaction a fini par conquérir droit de cité dans le pays d'origine de la turbine. La faveur tardive dont il a été l'objet n'en fut que plus marquée et la turbine mixte dite américaine à introduction radiale et à échappement à la fois radial et axial, tend à supplanter complètement nos anciens modèles dans les installations d'importance moyenne. Le rendement de ce nouveau récepteur suffirait-il à justifier ce succès si son bas prix ne l'expliquait à lui seul? On manque encore à vrai dire d'essais bien probants. Les méthodes qui servent à évaluer le débit des cours d'eau permettent un certain scepticisme en cette question. Seuls les jaugeages pratiqués au moyen de bassins fourniraient des résultats indiscutables et ils sont le plus souvent impraticables. L'importante station d'essais de Holyoke[1], elle-même, n'emploie malheureusement pas ce procédé.

Le doute qui règne actuellement sur la valeur réelle des débits, ne décourage nullement toutefois certains constructeurs qui, possédés d'une sorte de délire décimal, garantissent au millième près le rendement de leurs turbines. Or si l'on examine cette question, on reconnaîtra vite que de pareilles mesures ne comportent guère qu'une approximation de $\frac{5}{100}$, tout au plus.

Soit en effet dH l'erreur commise dans l'évaluation de la charge H sur le déversoir servant au jaugeage. Calculons le débit

[1] Dans le Massachussetts.

par la formule :

$$Q = 0{,}415\ LH\sqrt{2gH} = 0{,}415\ LH^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g}.$$

L'erreur correspondante dQ commise sur Q aura pour valeur :

$$dQ = 0{,}415 \times \frac{3}{2}\sqrt{2gH}\ L\ dH.$$

Par suite l'erreur relative sera exprimée par la fraction :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{0{,}415 \times \frac{3}{2} \times L\sqrt{2gH}\ dH}{0{,}415\ LH\sqrt{2gH}} = \frac{3}{2}\ \frac{dH}{H}$$

L'erreur relative sur Q est donc égale aux $\frac{3}{2}$ de l'erreur relative sur la charge H.

Or quelles que soient les précautions dont on s'entoure, lorsqu'on détermine H, il sera difficile de compter sur une erreur absolue inférieure à un demi-centimètre.

Si donc H = 0,25 m. par exemple (valeur rentrant dans celles qui sont communément admises en de pareilles mesures), il viendra pour l'erreur relative commise sur la charge

$$\frac{dH}{H} = \frac{0{,}005}{0{,}25} = \frac{2}{100}$$

et pour l'erreur relative afférente à Q :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{2}{100} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{100}$$

Et ce calcul suppose que la formule qui fournit Q est rigoureusement exacte, hypothèse certes bien aventurée[1] !

Quoi qu'il en soit, retenons une conclusion du précédent calcul : c'est que le débit ne saurait être évalué à $\frac{1}{1000}$ près qu'autant que la charge sur le seuil serait mesurée avec une approximation d'un sixième de millimètre.

[1] Fteley et Stearns ont trouvé que le coefficient m de la formule $Q = mLH\sqrt{2gH}$ est égal à 0,42 quand H varie de 0 m. 075 à 0 m. 10 et que L est égal à 1 m. 50. Mais Blackwel a vu ce facteur s'abaisser brusquement de 0,456 à 0,411, dans les mêmes circonstances. D'ailleurs Deacon assigne une valeur de 0,45 au coefficient m, quand H est égal à 0,10. Castel (expériences du château d'eau de Toulouse, 1836), arrivait à peu près à ce résultat. On voit donc que, dans un cas semblable, l'erreur à craindre sur m, et par suite sur Q, serait plus voisine de $\frac{1}{10}$ que de $\frac{1}{1000}$, même en supposant les lectures effectuées en toute exactitude.

TURBINE AXIALE NOYÉE A IMPULSION

Formules. — La turbine axiale à impulsion peut fonctionner immergée. Dans le premier cas, le joint des deux couronnes est placé à quelques centimètres au-dessous du niveau d'aval.

Étudions d'abord cette disposition.

Le trait caractéristique de la turbine à impulsion est, nous

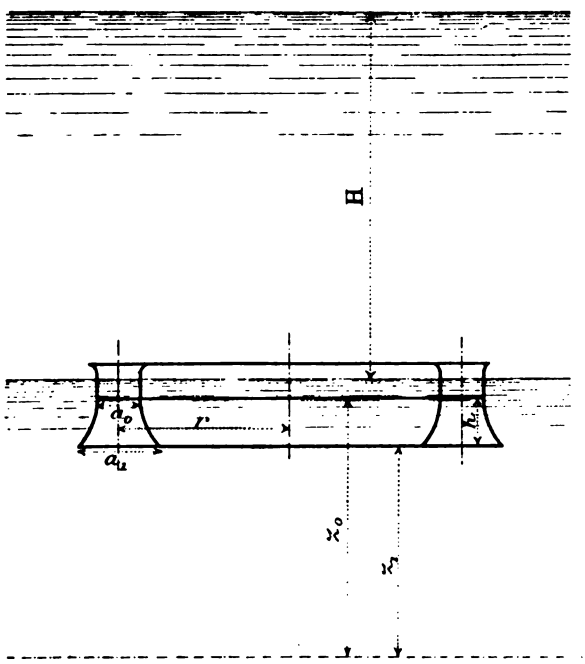


Fig. 37.

l'avons dit, l'égalité de la pression à l'intérieur et à l'extérieur de la roue, dans toute l'étendue du plan du joint. Je dis que la condition nécessaire et suffisante pour que cette circonstance soit réalisée est l'égalité des vitesses relatives d'entrée w_0 et de sortie w_1 du liquide. En effet, appliquons le théorème des forces vives, en mouvement relatif, à la veine comprise entre deux aubes successives.

Appelons z_0, z_1 les cotes de l'entrée et de la sortie de l'eau, p_0 et p_1 les pressions correspondantes dans la couronne mobile, r_0, r_1 les rayons correspondants, ω la vitesse angulaire

Il vient :

$$\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} = z_0 - z_1 + p_0 - p_1 + \frac{\omega^2}{2g}(r_1^2 - r_0^2)$$

La turbine étant de type axial, l'eau, en s'y déplaçant, reste à une distance constante de l'axe.

Donc $r_1 = r_0$.

Si la pression, pour un point du joint, est p_0, à l'intérieur comme à l'extérieur de la roue, on peut admettre l'égalité $p_1 - p_0 = z_0 - z_1$, qui est la traduction de la loi de l'hydrostatique. L'équation des forces vives se réduit en somme à :

$$w_1 = w_0$$

Cette égalité des vitesses relatives entraîne celle des sections d'entrée et de sortie A et A_1, de la turbine.

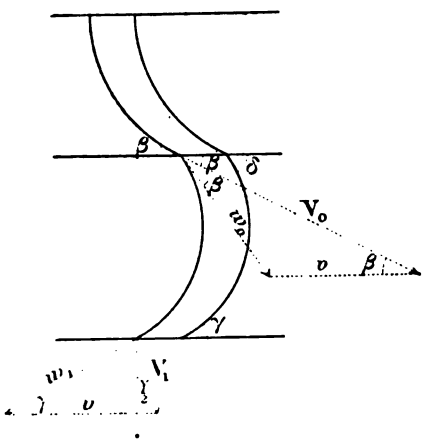


Fig. 38. — Hypothèse $w = v$.

Réciproquement si $A = A_1$, on trouvera, en remontant de proche en proche les équations précédentes, que la pression est constante dans toute l'étendue du joint.

Exprimons A et A_1 en fonction des angles δ et γ que font les vitesses relatives w_0 et w_1 avec la vitesse de la turbine et aussi en fonction de a_0 et de a_1, largeurs des orifices d'entrée et de sortie, mesurées suivant le rayon. Il vient pour un point de la circonférence moyenne

$$2\pi r a_0 \sin\delta = 2\pi r a_1 \sin\gamma$$

ou

$$a_0 \sin\delta = a_1 \sin\gamma.$$

Traduisons maintenant algébriquement les conditions relatives au rendement maximum savoir :

1° Échappement de l'eau sans vitesse notable;

2° Introduction de l'eau sans choc.

1° Appelons V_1 la vitesse absolue de l'eau, à sa sortie de la

roue, w la vitesse relative, aussi bien à l'entrée qu'à la sortie, v la vitesse de la roue, à la circonférence moyenne, et Q le débit. $\frac{V_1^2}{2g} \times Q$ représente l'énergie emportée par le liquide, à l'échappement. On sait d'ailleurs que V_1 est la résultante de w et de v (p. 11).

On devra donc s'efforcer de rendre V aussi faible que possible. Or l'angle de sortie γ est généralement fixé à l'avance, il varie de 15° à 30°. On voit immédiatement, à l'inspection de la figure, que le minimum de V_1 est réalisé quand cette vitesse est perpendiculaire sur v. Il vient alors :

$$v = w \cos \gamma$$

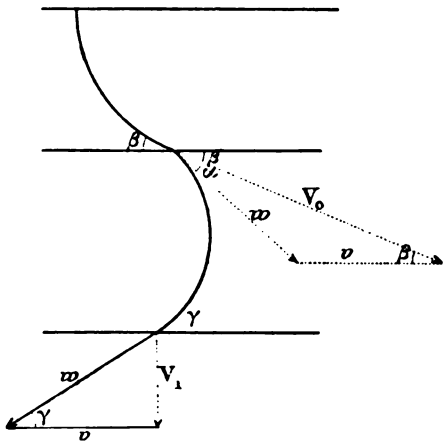


Fig. 39 — Hypothèse V. vertical.

En vue de simplifier les calculs, nous admettrons l'égalité $v = w$ au lieu de la précédente. Cette modification n'a en effet qu'une influence absolument insensible sur le rendement [1]. La vitesse absolue V_1 de l'eau, à la sortie, est alors inclinée du petit angle $\frac{\gamma}{2}$ sur la verticale (fig. 38).

2° *Introduction sans choc.* — Pour que cette condition se trouve réalisée, il faut que l'eau soit injectée dans la turbine tangentiellement à l'aube, c'est-à-dire que w_0 soit tangent au premier élément de l'aube. Mais V_0 (p. 11) est la somme géométrique de v vitesse de la turbine et de w_0 vitesse relative de l'eau, à l'entrée. Nous venons de voir que $w_0 = w_1 = v$, le triangle $V_0\ w_0\ v$ est donc isocèle et par suite $\delta = 2\beta$ (fig. 38).

Telle est la condition géométrique qu'impose l'entrée de l'eau sans choc dans la roue.

[1] Si l'on cherche la valeur de l'énergie emportée par l'eau d'échappement dans l'hypothèse où $w = v$ puis dans celle où $v = w \cos \gamma$, on trouve qu'elle représente $\frac{89}{1000}$ de l'énergie disponible, pour le premier cas, et $\frac{92}{1000}$ pour le second, β angle d'injection et γ angle d'échappement étant supposés tous deux de 30°. Les deux rap-

La condition $w = v$, qui exprime que l'eau s'échappe avec une vitesse résiduelle à peu près nulle, peut être mise sous la forme d'une relation entre v et N, nombre de tours faits par la turbine :

La pression p_0 dans le joint, à l'intérieur de la couronne mobile, étant la même qu'à l'extérieur, la vitesse de sortie du distributeur sera donnée par la formule relative à un orifice noyé (p. 24) :

$$V_0 = \sqrt{2g\,H}$$

Mais le triangle isocèle des vitesses d'entrée fournit l'égalité :

$$v = \frac{V_0}{2\cos\beta} = \frac{\sqrt{2g\,H}}{2\cos\beta} = \frac{2\pi r\,N}{60}$$

Nous venons de trouver les trois conditions d'où découlent le rendement maximum de la turbine et son fonctionnement comme moteur à impulsion. Nous n'avons pas encore tenu compte de sa puissance, exprimons donc que la roue absorbe bien tout le débit du cours d'eau Q. La section de sortie du distributeur a pour valeur $2\,\pi r a_0 \sin\beta$; la dépense de la couronne fixe sera dès lors exprimée par le produit $2\,\pi r a_0 \sin\beta\,\sqrt{2gH}$ et on aura par suite l'équation de condition :

$$2\pi\, r a_0 \sin\beta\,\sqrt{2g\,H} = Q$$

ports ne diffèrent donc que de $\frac{3}{1000}$. Ajoutons que les angles β et γ ont rarement de pareilles valeurs dans les turbines qu'on construit actuellement.

Voici le calcul pour les deux cas :

Premier cas : $w = v$. Le triangle des vitesses de sortie fournit la relation $\frac{V_1}{2} = v \sin\frac{\gamma}{2}$. Celui des vitesses d'entrée qui est isocèle donne de même $\frac{V_0}{2} = v\cos\beta$ (voir p. 54, ligne 10). Il vient :

$$\frac{V_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{2}\left(\frac{\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\beta}\right)^2 = \frac{V_0^2}{2} \times 0{,}089$$

Deuxième cas : $v = w\cos\gamma$. Il vient en procédant comme plus haut :

$$V_1 = w\sin\gamma \qquad \frac{w\cos\gamma}{\sin\alpha} = \frac{w}{\sin\beta} = \frac{V_0}{\sin(\alpha+\beta)}$$

α désignant l'angle $\widehat{V_0 w}$.

On tire de ces relations :

$$\sin\alpha = \sin\beta\cos\gamma$$

et

$$\frac{V_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{2}\left(\frac{\sin\beta\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2 = \frac{V_0^2}{2} \times 0{,}092$$

Il est donc bien inutile de s'embarrasser de l'hypothèse $w\cos\gamma = v$ alors que la condition $w = v$ conduit à des formules beaucoup plus simples.

On aurait pu aussi bien chercher le débit de l'orifice d'entrée ou de sortie de la couronne mobile, le résultat eût été identique.

Rassemblons les quatre équations que nous venons de trouver :

$$a_0 \sin \delta = a_0 \sin 2\beta = a_1 \sin \gamma, \tag{1}$$

condition pour que la turbine fonctionne comme moteur à impulsion.

$$\delta = 2\beta \tag{2}$$

condition relative à l'entrée de l'eau sans choc dans la roue.

$$\frac{2\pi r N}{60} = \frac{\sqrt{2g H}}{2 \cos \beta}, \tag{3}$$

condition pour que la vitesse résiduelle soit très faible.

$$2\pi r\, a_0 \sin \beta \sqrt{2g H} = Q, \tag{4}$$

condition pour que la turbine absorbe toute l'eau disponible.

Ces quatre équations sont les seules qui soient nécessaires pour le calcul d'une turbine à impulsion noyée. Avant de les appliquer, on leur fera subir quelques modifications. Nous n'avons pas tenu compte par exemple de l'épaisseur des aubes; il importe d'introduire cette donnée dans les formules. Nous reviendrons sur ces corrections. Joignons, pour l'instant, aux quatre équations précédentes l'expression du rendement théorique de la turbine.

La masse d'eau Q, débitée par seconde, est animée d'une vitesse V_0, quand elle entre dans le récepteur, mais, à la sortie de la turbine, la vitesse de cette masse n'est plus que V_1. Si l'on suppose qu'aucun choc, qu'aucun remous ne vienne contrarier l'écoulement de l'eau dans la couronne mobile, l'énergie absorbée par le récepteur aura pour expression :

$$\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) \frac{Q}{g}$$

Le rendement est le rapport de cette énergie absorbée à l'énergie disponible $\frac{Q}{g} \frac{V_0^2}{2}$, soit

$$\frac{V_0^2 - V_1^2}{V_0^2}$$

Remplaçons dans cette expression V_1 par sa valeur, en fonction

de V_0, trouvée page 54 (note) il vient :

$$\mathcal{R} = 1 - \left(\frac{\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\beta}\right)^2$$

Cette formule montre l'intérêt qu'on doit attacher à la réduction des angles β et γ. Toutefois il faut bien dire que l'expression du rendement théorique n'offre, en somme, qu'un renseignement d'importance très secondaire. En effet la perte d'énergie provenant de la vitesse rémanente, seule perte dont tienne compte le rendement théorique, n'atteint que 4 ou 6 centièmes de la puissance disponible, les angles β et γ étant pris suffisamment petits.

Mais d'autres déchets d'énergie bien autrement considérables se produisent par ailleurs : tout d'abord la vitesse V_0 subit une diminution de 5 p. 100 environ, à la traversée du distributeur, et il en résulte une perte d'énergie de $(1 - \overline{0,95}^2)$ soit de 10 centièmes. Enfin les résistances que rencontre la veine dans la roue réduisent encore la puissance de 5 ou 10 centièmes. Et c'est ainsi que le rendement des bonnes turbines à impulsion ne dépasse guère $\frac{75}{100}$ ou $\frac{80}{100}$.

Diverses remarques importantes découlent des 4 formules fondamentales que nous venons d'établir.

Vitesses de rotation correspondant à diverses chutes, pour une même turbine. — Des quatre formules fondamentales données plus haut trois suffisent, si elles sont vérifiées, pour assurer le rendement optimum : ce sont les trois premières. Or la relation $\frac{2\pi r N}{60} = \frac{\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}$ contient seule, parmi celles-ci, des éléments autres que les dimensions ou que les angles de la turbine. Les deux premières formules sont toujours vérifiées quels que soient la chute H et le débit Q. Par suite si l'on veut que l'équation $\frac{2\pi r N}{60} = \frac{\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}$ soit, elle aussi, satisfaite lorsque le moteur est placé sous des chutes diverses H H′ H″, il faudra que les vitesses de rotation correspondantes N N′ N″ vérifient la suite d'égalités :

$$\frac{N}{\sqrt{H}} = \frac{N'}{\sqrt{H'}} = \frac{N''}{\sqrt{H''}}$$

Ainsi donc une turbine fonctionnant dans des conditions de rendement maximum, sous une chute H, et tournant à raison de N tours par minute conservera ce rendement si, placée sous une nouvelle chute H′, elle fait $N\sqrt{\frac{H'}{H}}$ tours.

Turbines semblables. — Une turbine de débit Q fonctionne dans des conditions satisfaisantes sous une chute H, on demande de construire une seconde turbine semblable à celle-ci, présentant le même rendement et qui, placée sous une chute H′, ait un débit Q′. Trouver le rapport de similitude des deux roues et le nombre de tours du moteur à construire ?

Si la turbine cherchée est placée sous la chute H, son débit qui doit être égal à Q′ sous la chute H′, devient Q'_1. Or les débits d'une même turbine sous diverses chutes H, H′ sont proportionnels aux vitesses d'écoulement dues à ces chutes, c'est-à-dire proportionnels aux racines carrées de H et de H′. Il vient donc :

$$\frac{Q'_1}{Q'} = \frac{\sqrt{H}}{\sqrt{H'}}$$

Les deux turbines étant placées sous la même chute H, leurs débits varient comme les sections de passage de l'eau, c'est-à-dire comme les carrés des dimensions des deux roues semblables : d'où l'égalité

$$\frac{Q}{Q'_1} = \frac{r^2}{r'^2}$$

Eliminons entre les deux équations précédentes l'inconnue auxiliaire Q'_1 il vient :

$$\frac{r^2}{r'^2} = \frac{Q}{Q'}\sqrt{\frac{H'}{H}}.$$

Cette formule fournit le rapport de similitude des deux moteurs ; il nous reste, pour achever le problème, à déterminer la vitesse de rotation de la turbine cherchée.

Plaçons cette dernière sous la chute H. Nous venons de voir que son rendement sera conservé si sa nouvelle vitesse de rotation N'_1 satisfait à la relation.

$$\frac{N'_1}{N'} = \sqrt{\frac{H}{H'}}.$$

Ce n'est pas tout : la vitesse linéaire de la turbine donnée et celle de la turbine cherchée doivent être les mêmes puisque les deux moteurs ont des angles β et γ identiques. Par suite $N'_1 r' = Nr$. Eliminons l'inconnue auxiliaire N'_1 entre les deux équations, il vient en définitive :

$$\frac{N'}{N} = \frac{r}{r'}\sqrt{\frac{H'}{H}}.$$

Les remarques formulées dans les deux paragraphes précédents s'appliquent à toute espèce de turbines, voire même aux turbines à réaction.

Modifications à apporter aux formules fondamentales pour les rendre applicables aux cas de la pratique. — Parmi les quatre formules fondamentales que nous venons d'établir, les deux premières peuvent être employées telles que nous les avons trouvées. Les deux dernières au contraire doivent subir quelques légères modifications.

Si l'on cherche la valeur du débit d'une turbine en multipliant la section de sortie de distributeur par $\sqrt{2gH}$, on trouve que ce résultat reste notablement supérieur à celui que fournit l'expérience. Le débit réel peut atteindre $\frac{85}{100}$ du débit théorique quand la turbine est immobilisée, $\frac{75}{100}$ en fonctionnement normal, $\frac{67}{100}$ lorsque le moteur tourne sans faire aucun travail, tourne à vide, comme on dit généralement.

Quelles sont les causes de ces écarts ?

Tout d'abord la vitesse V_0 subit une diminution de $\frac{5}{100}$ par suite des résistances rencontrées par la veine liquide dans la couronne fixe.

En outre les aubes mobiles produisent une certaine obstruction de l'orifice de sortie que le fouettement dû à la vitesse ne fait qu'accentuer. Enfin les résistances opposées par la couronne mobile à l'écoulement de l'eau entraîneront un certain relèvement de la pression à la sortie du distributeur, si A_1 n'est pas pris un peu plus grand que ne l'indique la formule $a_0 \sin 2\beta = a_1 \sin \gamma$, laquelle ne tient pas compte de ces résistances. Une très légère tendance à la réaction se manifestera, de ce fait, dans le fonctionnement du moteur.

En résumé, il sera prudent d'adopter une section de sortie du distributeur supérieure à celle qu'indique la formule (4) : $A_0 = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}$, afin que la turbine ait bien toute la puissance que comporte le débit. Si l'on tient compte de l'épaisseur e des n aubes fixes, de l'épaisseur e_1 des n_1 aubes mobiles ainsi que

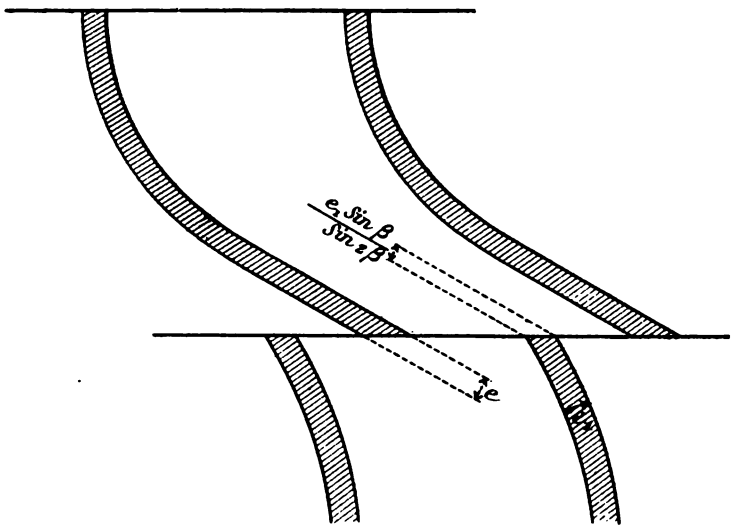


Fig. 40.

de la réduction subie par V_0 les 4 formules fondamentales deviennent les suivantes :

$$a_0 \sin 2\beta \leq a_1 \sin \gamma \qquad (1)$$

$$\delta = 2\beta \qquad (2)$$

$$\frac{2\pi r N}{60} = 0{,}95 \frac{\sqrt{2gH}}{2 \cos \beta} \qquad (3)$$

$$a_0 \left(2\pi r \sin \beta - ne - n_1 e_1 \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta}\right) 0{,}95 \sqrt{2gH} \geq Q \qquad (4)$$

Pour établir ces formules, nous avons bien tenu compte des résistances hydrauliques du distributeur mais nous avons négligé celles qu'oppose la roue à l'écoulement de la veine liquide. La solution est incomplète. La théorie des turbines à réaction qui sera exposée (p. 125) nous permettra de résoudre la question d'une façon moins approximative.

Admettons que $\frac{10}{100}$ de l'énergie disponible soient absorbés par les résistances du distributeur, $\frac{10}{100}$ par les résistances de la roue, 4 ou $\frac{5}{100}$ par celles du mécanisme. La turbine étant à impulsion, la même pression doit régner dans tout le plan du joint, à l'intérieur comme à l'extérieur de la roue. La vitesse d'écoulement du distributeur est donnée dès lors par la formule :

$$\frac{V_0^2}{2g} = H - 0,1\ H.$$

mais l'équation donnant V_0^2 (p. 134), qui est générale, devient, si l'on suppose que $\frac{20}{100}$ de l'énergie disponible soient absorbés par les résistances des deux couronnes :

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{H \times 0.80}{\frac{2\ a_0 \sin \beta}{a_1 \sin \gamma} \cos \beta}.$$

Égalons ces deux valeurs de $\frac{V_0^2}{2g}$, on trouve :

$$\frac{2a_0 \sin \beta \cos \beta}{a_1 \sin \gamma} = 0.888.$$

On peut chercher maintenant les valeurs de δ, N et Q, en refaisant tous les calculs exposés (p. 127 et suivantes), mais il suffit de remarquer que la seule différence, pour les deux cas, consiste en ce que la valeur H est maintenant remplacée par 0,8 H dans l'équation $V_0\ c_0 \cos \beta = gH$ d'où découlent toutes les autres. Il vient donc :

$$a_0 \sin 2\beta = 0.888\ a_1 \sin \gamma \qquad (1)$$

$$Tg\ \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - 0,888} \quad \text{ou} \quad \delta^0 = 2\beta - \frac{0,112 \sin 2\beta}{0,0175} \qquad (2)$$

$$N = \frac{\sqrt{2g \times 0,8\ H \times 0,888}}{2 \cos \beta} \times \frac{60}{2\pi r} = \frac{0,84 \sqrt{2gH}}{2 \cos \beta} \times \frac{60}{2\pi r} \qquad (3)$$

$$Q = a_0 \left(2\pi r \sin \beta - ne - n_1 e_1 \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta}\right) \times 0,95 \sqrt{2gH}. \qquad (4)$$

Méthode graphique de M. Rateau. — M. Rateau traite cette question par la méthode graphique. Il suppose connue la réduction que subit la vitesse relative de l'eau, depuis son entrée dans la turbine jusqu'à sa sortie. La figure ci-contre se comprend aisé-

ment : la vitesse de la turbine $v = AC$ est prise arbitrairement, les autres données du problème sont les suivantes :

$$V_0 = AB, \quad \widehat{CAB} = \beta, \quad \widehat{ACD} = \gamma, \quad \frac{w_1}{w_0} = \lambda.$$

On démontre aisément que le travail absorbé par la roue a pour expression mv ($V_0 \cos \beta - V_1 \cos \theta$), quelles que soient les pertes d'énergie de la veine, à sa traversée de la turbine, θ étant l'angle de V_1, vitesse d'échappement, avec v (voir p. 127). Le rendement hydraulique peut donc être mis sous la forme :

$$\frac{v\,(V_0 \cos \beta - V_1 \cos \theta)}{gH}$$

Or la différence des abscisses de AB et de AD représente l'expression ($V_0 \cos \beta - V_1 \cos \theta$), car AD n'est autre chose que V_1.

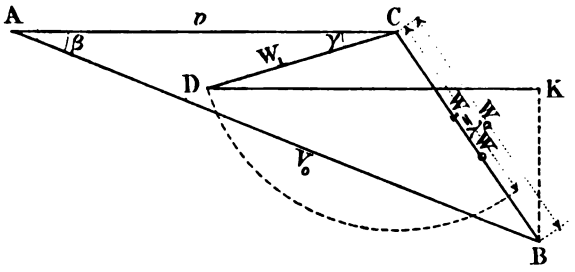


Fig. 41.

Faisant varier AC, on cherchera quelle est celle de ces valeurs qui correspond au maximum du produit AC $\times$ DK.

v, l'angle δ et le rendement hydraulique seront alors déterminés.

Le déchet total d'énergie s'obtiendra en ajoutant à la perte d'énergie qui correspond au rendement hydraulique que nous venons de trouver, la perte provenant des résistances du mécanisme (de 4 à 5 p. 100). Le rendement industriel se déduira de cette somme. Les turbines à vapeur, bien qu'animées de vitesses parfois vertigineuses, ne satisfont jamais à la relation $v = \frac{V^0}{2 \cos \beta}$. Par exemple, à une pression de la vapeur de 10 kilogrammes correspond une vitesse d'injection d'un millier de mètres environ, la vitesse de la turbine devrait donc recevoir une valeur supérieure à 500 mètres. Or les vitesses périphériques des moteurs de Laval

varient de 150 à 275 mètres pour des puissances comprises entre 10 et 300 chevaux. On pourra, dans des cas semblables, appliquer la construction de M. Rateau. La vitesse v étant donnée, on fera varier l'angle β et on cherchera la valeur qui correspond au maximum du produit AC $\times$ DK. L'angle δ de l'aubage mobile se trouvera en même temps que β.

Règles empiriques pour la construction des turbines axiales à impulsion. — Les quatre équations que nous venons de trouver doivent être nécessairement satisfaites pour que la turbine fonctionne dans les conditions de rendement maximum, mais, en pratique, elles ne sont pas suffisantes. Il est bien clair, par exemple, que si les aubes étaient placées à des distances exagérées les unes des autres, l'eau traverserait librement le moteur sans y amortir sa force vive. Quand bien même les quatre équations seraient satisfaites, le rendement ne pourrait qu'être très faible. Il existe donc d'autres conditions de bon fonctionnement. La pratique seule les fait connaître. Nous énonçons ici les principales.

Afin que les frottements n'atteignent pas une valeur trop considérable, la lame d'eau comprise entre deux aubes consécutives devra avoir une épaisseur de 2 centimètres au moins. (Nous verrons plus loin que pour les turbines à haute chute, fonctionnant à libre déviation, la lame peut être extrêmement mince.)

Le nombre d'aubes mobiles sera aussi faible que le comportent le déplacement du liquide par filets à peu près parallèles et l'évacuation sous l'angle adopté comme valeur de γ.

On prenait autrefois le nombre d'aubes fixes double de celui des aubes mobiles afin d'empêcher, disait-on, l'introduction des pierres ou des branches dans la roue. Cette règle a pour effet d'accroître les résistances et il est rationnel, si les barreaux de la grille sont suffisamment rapprochés, de n'adopter que le nombre de guides strictement nécessaire au bon guidage de la veine liquide. Bodmer recommande de ne pas prendre exactement le même nombre pour les deux systèmes d'aubes. Certains constructeurs, tels que M. Rieter de Winterthur, ne se préoccupent pas de cette prescription et l'expérience ne semble point leur donner tort.

Les anciens traités de construction de turbines indiquaient pour

le rapport $\frac{a_0}{2r}$ des valeurs comprises entre $\frac{1}{15}$ et $\frac{1}{20}$. Ces nombres sont beaucoup trop petits; ils conduisent, sans profit, à des modèles extrêmement volumineux. On pourra adopter $\frac{1}{8}$ comme valeur moyenne du rapport $\frac{a_0}{2r}$.

On n'admet généralement pas la même valeur pour les largeurs des orifices de sortie du distributeur et d'entrée de la turbine; la seconde est prise plus grande que la première de quelques millimètres.

Les constructeurs américains déterminent le rayon au moyen de la relation empirique suivante

$$1{,}25\sqrt{A_0} < r < 2\sqrt{A_0}$$

le premier terme correspondant aux faibles chutes et aux grands débits et le dernier au contraire aux grandes chutes.

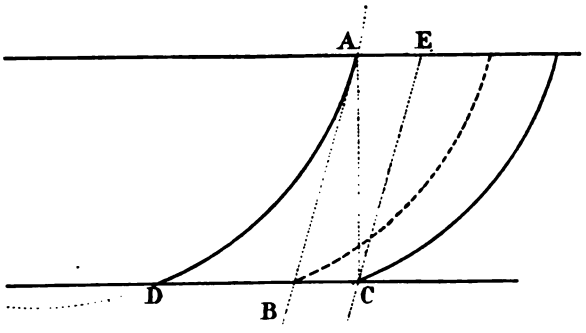


Fig. 42. — Aube mobile d'une turbine à grande vitesse.

La largeur a_1 de la couronne mobile, à l'évacuation, peut être prise égale au double de la largeur d'entrée a_0. On a construit des turbines où $\frac{a_0}{2r}$ étant, il est vrai, égal à $\frac{1}{13}$, $\frac{a_0}{a_1}$ atteignait la valeur $\frac{1}{3}$ sans que le rendement s'abaissât au-dessous de 0,80.

Il a été recommandé de faire chevaucher les aubes mobiles de façon que la verticale du point d'entrée vînt couper l'aube suivante, vers la partie inférieure de celle-ci.

Cette règle est insuffisante dans le cas de la figure (42) qui représente une aube de turbine appelée, comme nous allons le voir, turbine à grande vitesse, elle est au contraire trop étroite dans le cas de la figure (43) relative à un moteur à petite vitesse.

Si l'on mène, dans la première figure, la tangente AB à l'aube, vers l'entrée, que par l'extrémité inférieure de l'aube précédente

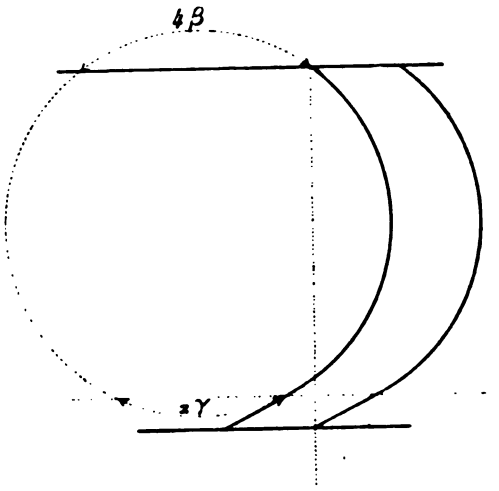


Fig. 43. — Aube mobile d'une turbine à petite vitesse.

on trace CE parallèle à AB, il semble que le prisme d'eau ABCE risque fort de traverser la turbine, tout au moins en partie, sans

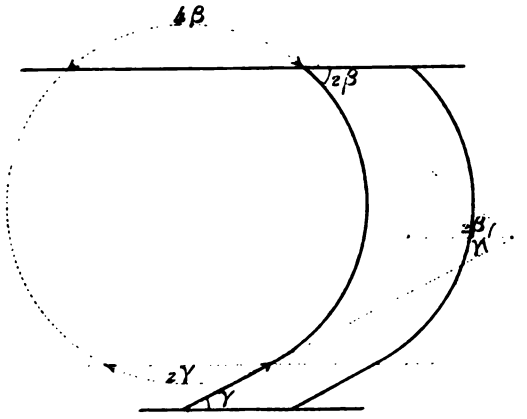


Fig. 44.

y effectuer grand travail, sans y subir grande déviation. Le point C devra donc se trouver entre B et D pour que la déviation soit assurée.

Dans le second cas, le bon sens fournira, à la seule vue de la

figure, des indications meilleures que toutes les règles empiriques.

On a encore recommandé de prendre l'angle formé par les tangentes extrêmes de l'aube mobile au moins égal à 90°.

$$\delta + \gamma = 2\beta + \gamma \geqq 90^\circ.$$

Il est constant qu'une grande torsion de la lame d'eau entraîne des remous préjudiciables au rendement. Weisbach qui a fait des

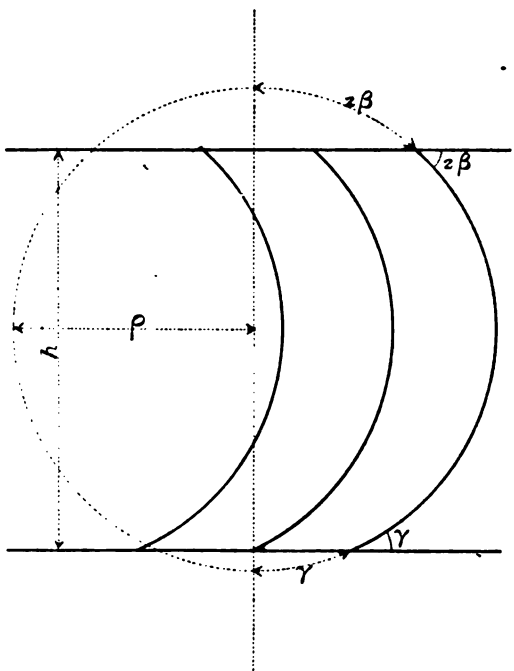


Fig. 43.

expériences à ce sujet est d'avis que, pour éviter ces remous, on ne doit pas craindre d'accroître la hauteur de la turbine. Mais la valeur assignée plus haut à la somme $2\beta + \gamma$ n'en est pas moins exagérée et l'on peut obtenir des rendements élevés en la prenant de 70° seulement.

Il a été prescrit de déterminer la hauteur h de la turbine par la formule empirique $\frac{h}{2r} = \frac{1}{10}$, cependant on ne voit guère comment une relation peut rationnellement exister entre la hauteur et le diamètre d'une turbine. Nous démontrerons en effet que le moteur axial se comporte à peu près comme si ses aubes étaient animées

d'un mouvement de translation. Dès lors les dimensions de la roue sont indépendantes du rayon r.

On déterminera donc la hauteur de la couronne mobile par la condition que la déviation de la lame d'eau ne soit pas trop brusque. Il est clair que plus h sera grand, moins cette déviation sera brutale. Considérons une aube circulaire de rayon ρ. Les angles β et γ étant fixés, h varie proportionnellement à ρ car on a la relation (fig. 45) :

$$h = \rho\,(\cos 2\beta + \cos \gamma).$$

Or la déviation de la veine est d'autant mieux ménagée que ρ est plus grand.

Par contre les frottements augmentent avec le développement de l'aube. Ces frottements étant proportionnels au carré de la vitesse relative w, on voit qu'on pourra sans inconvénient adopter de grandes hauteurs de turbines pour les basses chutes, w étant égal à :

$$\frac{\sqrt{2g\,H}}{2\cos\beta}.$$

En général h varie de 15 à 35 centimètres.

Tracé des aubes. — 1° *Aubes fixes.* — On s'efforce de rendre la vitesse de l'eau, à l'entrée du distributeur, aussi faible que possible, car la perte de charge varie en raison du carré de cette vitesse. L'aube sera donc normale à la base supérieure de la turbine. En outre les bords circulaires de l'orifice seront arrondis, évasés. On adopte généralement un profil d'aube formé d'un arc de cercle prolongé s'il est nécessaire vers le bas par une droite. L'eau est ainsi injectée sous un angle bien uniforme dans la couronne mobile.

La hauteur du distributeur se prend égale à la moitié ou aux trois quarts de celle de la turbine.

2° *Aubes mobiles.* — Le tracé des aubes mobiles est semblable à celui des guides. Mais l'angle d'entrée est égal à 2β et non plus à 90°.

Dans les turbines à grande vitesse, β atteint une valeur considérable, 60° environ, ainsi que nous le verrons plus loin. Le prolongement rectiligne devient inutile, aussi bien pour le guide que pour l'aube mobile.

Il y a lieu de remarquer que cette partie rectiligne serait inactive si l'eau sortait de la partie curviligne sous un angle uniformément égal à γ. On s'en rendra compte en observant que la vitesse absolue du liquide dans cette région inférieure de l'aube est théoriquement constante. Les molécules se meuvent donc librement et n'agissent plus par suite sur la roue. La construction de la trajectoire absolue d'une molécule liquide est facile, si l'on admet que w reste constamment égal à v, hypothèse qui, à la vérité ne se trouve réalisée qu'à l'entrée et à la sortie de la turbine [1].

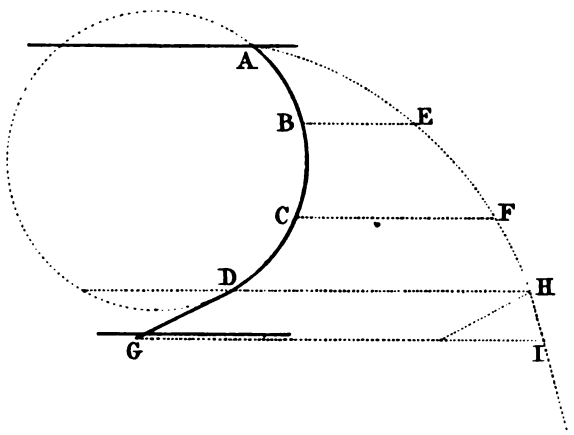


Fig. 46. — Construction de la trajectoire absolue d'un molécule liquide.

Dans la figure ci-contre on a pris :

arc AB = BE arc AC = CF arc AD = DH arc ABCDG = GI

Cette construction montre bien que la partie HI de la trajectoire qui correspond au prolongement rectiligne de l'aube est elle-même rectiligne.

Il n'y a pas lieu dès lors d'exagérer ce prolongement. On rencontre cependant des turbines dont l'aube est formée par un plan à peine incurvé vers l'entrée de l'eau. Le fluide agit seulement dans cette région et partant avec brusquerie.

Il semble que l'arc de cercle soit la forme d'aube la plus rationnelle. La déviation est alors uniforme et nous verrons que la pous-

[1] w est à peu près constant dans les turbines munies de contre-aubes, disposition dont il sera parlé un peu plus loin.

sée exercée par l'eau sur l'aube se maintient à peu près constante Il n'en est pas moins vrai que la largeur du canal formé par deux aubes consécutives augmente progressivement jusqu'à la ligne des centres pour diminuer ensuite.

Haenel avait cherché à remédier à ces variations assez brusques de section par des contre-aubes. Cet exemple n'a pas été suivi.

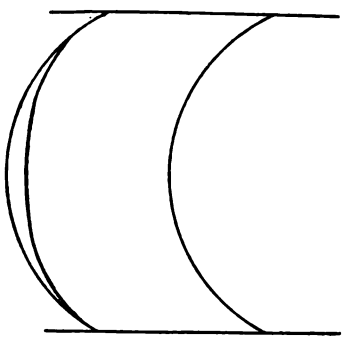


Fig. 47. — Contre-aubes de Haenel.

En somme on voit que, sauf sur la ligne des centres, la masse liquide ne peut circuler par filets parallèles. Cette remarque montre bien l'utilité du prolongement rectiligne de l'aube : grâce à cette disposition les filets divergents sont ramenés au parallélisme.

La construction de l'aube se fait d'une façon très simple dans le cas où on lui donne la forme d'un arc de cercle. Les angles β et γ étant déterminés, la partie curviligne sera constituée par un arc d'amplitude $\pi - 2\beta - \gamma$. On pourra tracer deux aubes consécutives en adoptant un rayon quelconque, puis la figure achevée, on déterminera l'échelle du dessin de telle sorte que la hauteur de la couronne mobile et que l'épaisseur de la lame d'eau restent dans les limites assignées plus haut (voir page 186).

La directrice de l'aube trouvée, il reste à déterminer la génératrice. On adopte généralement une surface d'aube conoïde engendrée par une droite horizontale qui s'appuie sur l'axe de rotation.

Certains constructeurs donnent la préférence à une surface cylindrique.

Lorsque le rapport $\frac{a_0}{r}$ est assez grand, la vitesse linéaire v des différents points de l'orifice annulaire ne peut plus être considérée comme constante. Il suit de là que la vitesse relative w, résultante de V_0 et de $-v$, varie notablement suivant la distance du point considéré à l'axe de rotation. Bodmer propose alors de faire varier l'angle δ de façon à obtenir une vitesse relative w_0 cons-

tante dans toute la section d'entrée. Il y a lieu d'observer que l'aube ne peut plus être engendrée par une génératrice rectiligne. D'où une certaine complication.

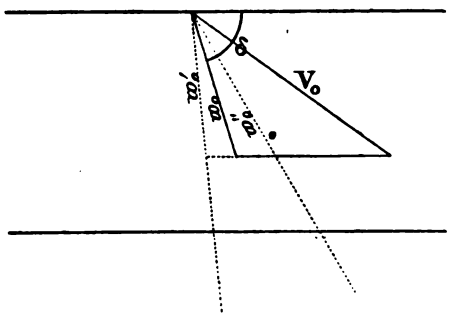


Fig. 48.

w_0, vitesse relative pour la circonférence moyenne.
w_0', — — extérieure.
w_0'', — — intérieure.

Au reste les chocs, à l'entrée dans la turbine, n'ont pas une influence aussi grande qu'on serait tenté de le croire. Il suffit, pour s'en convaincre, de faire varier la vitesse de rotation d'une turbine, lorsqu'on procède à des essais au frein. Le rendement ne subit pas, dans ces conditions, de grandes modifications.

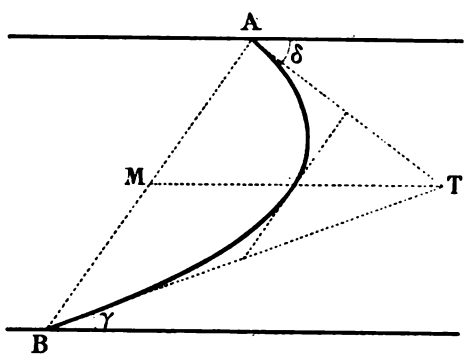


Fig. 49.

Bien plus, d'après les expériences du professeur Fliegner de Zurich, la résistance minima opposée à la veine liquide, lors de son introduction, ne serait jamais celle qui résulte de l'incidence tangentielle.

Pour $\delta > 90°$, inégalité qui correspond au cas des turbines à impulsion, à grande vitesse ou à celui des moteurs à réaction, l'angle optimum d'entrée serait inférieur audit angle δ que fait le premier élément de l'aube avec l'horizontale. L'eau devrait donc frapper la concavité de l'aube.

Pour $\delta < 90°$, les résultats de l'expérience sont si variables que la loi déterminant la meilleure incidence est insaisissable.

Au lieu d'une aube circulaire on adopte parfois un profil parabolique (fig. 49).

Supposons qu'on se donne les extrémités de l'aube et les tangentes AT, BT en ces points, lesquelles sont déterminées par les angles δ et γ; le problème à résoudre est bien connu : Soit M le milieu de la corde AB, on sait que TM est un diamètre, que le milieu de TM est sur la courbe et que la tangente en ce point est parallèle à la corde... etc.

Turbines à grande et à petite vitesse, discussion des valeurs à assigner aux angles β et γ. — Si β, l'angle sous lequel l'eau est lancée dans la roue, était nul, ainsi que nous l'avons supposé en exposant le cas de la turbine théorique (page 44), la vitesse v de la couronne mobile serait égale à $\frac{V_0}{2}$. Cette valeur est une limite inférieure. Au contraire lorsque β est égal à 60° (et l'on ne dépasse guère cette inclinaison) v devient égal à V_0 car $v = \frac{V_0}{2 \cos \beta}$; v varie donc entre $\frac{V_0}{2}$ et V_0.

Les turbines pour lesquelles β reste inférieur à 30° sont dénommées turbines à petite vitesse; les autres, turbines à grande vitesse.

La formule du rendement théorique montre que ces dernières utilisent moins bien que les turbines à petite vitesse l'énergie de la chute.

Par exemple si l'on compare un moteur à petite vitesse, caractérisé par les données suivantes $\beta = \gamma = 20°$, à un moteur à grande vitesse ayant même angle γ que le précédent, mais dont l'angle β serait de 60°, le rendement théorique $1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta}$ atteint 0,97 pour le premier, tandis qu'il n'est que de 0,88 pour le second.

En réalité le rendement pratique des turbines à grande vitesse

ne dépasse pas 0,60 ou 0,70, celui des turbines à petite vitesse variant de 0,75 à 0,80.

Mais la mauvaise utilisation de l'énergie disponible qu'on observe dans le premier cas est compensée par deux avantages importants :

Les moteurs à grande vitesse tournent en effet plus vite et sont moins volumineux que les autres.

Une turbine à petite vitesse caractérisée par une valeur de 20°, pour β, étant donnée, proposons-nous de trouver le rayon r' et le nombre de tours N' d'une seconde turbine qu'on substituerait à la première et pour laquelle l'angle d'introduction de l'eau β' serait égal à 60°.

Pour rendre la comparaison possible, nous admettrons que l'angle d'évacuation γ et le rapport $\frac{a_0}{r}$ sont les mêmes dans les deux cas.

L'équation fondamentale (4) relative au débit fournit la relation

$$a_0 r \sin \beta = a'_0 r' \sin \beta' \qquad \text{(p. 55)}$$

qui jointe à la proportion $\frac{a_0}{r} = \frac{a'_0}{r'}$ donne la valeur de r'. Il vient :

$$r' = r\sqrt{\frac{\sin \beta}{\sin \beta'}} = r\sqrt{\frac{\sin 20}{\sin 60}} = r \times 0{,}63$$

L'équation fondamentale (3) relative à la vitesse résiduelle fournit, d'autre part, la valeur de N'.

On trouve ainsi :

$$\frac{\frac{2\pi r N}{60}}{\frac{2\pi r' N'}{60}} = \frac{\frac{1}{\cos \beta}}{\frac{1}{\cos \beta'}} \qquad \frac{N'}{N} = \frac{r}{r'}\,\frac{\cos \beta}{\cos \beta'} \qquad N' = 3N$$

L'avantage offert par la turbine à petite vitesse consiste seulement en un rendement supérieur. Or il peut arriver que cette supériorité soit illusoire. Si en effet l'on se trouve conduit à adopter une transmission de mouvement compliquée pour accroître les vitesses de rotation entre l'arbre moteur et l'arbre de la machine de fabrication, tout le bénéfice résultant d'un rendement supérieur sera parfois annihilé par les résistances des engrenages ou des courroies.

On aurait ainsi adopté un moteur volumineux sans profit réel.

Nous venons de discuter la valeur à assigner à l'angle d'introduction β, occupons-nous maintenant de l'angle d'évacuation γ.

β et γ étant à peu près déterminés, on se propose de réduire soit l'un, soit l'autre de ces angles d'une certaine quantité. Quel est celui sur lequel devra porter de préférence cette modification ?

Le rendement théorique a pour expression $1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta}$, la question peut donc se poser de la façon suivante : la fraction $\frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \beta}$ diminuera-t-elle dans une plus forte proportion pour une réduction pratiquée sur γ que pour une réduction égale de l'angle β.

Donnons d'abord à γ l'accroissement $d\gamma$, la fraction $\frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \beta}$ subit l'accroissement $\frac{\cos \frac{\gamma}{2} \frac{d\gamma}{2}}{\cos \beta}$.

Donnons ensuite à β l'accroissement $d\beta$, l'accroissement correspondant de la fraction sera $\frac{\sin \frac{\gamma}{2} \sin \beta}{\cos^2 \beta} d\beta$. On suppose que $d\beta = d\gamma$.

Formons le rapport des deux accroissements que nous venons de trouver, il vient pour sa valeur :

$$\frac{1}{2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2} \operatorname{cotg} \beta$$

Cette expression est-elle inférieure ou supérieure à 1 ?

Dans la réalité γ varie de 15° à 30° et β de 15° à 60°. Le produit $\frac{1}{2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2} \operatorname{cotg} \beta$ décroît, si l'on y fait croître β ou γ. Nous obtiendrons donc sa valeur minima en donnant aux angles leurs valeurs maxima :

$$\gamma = 30^\circ \quad \text{et} \quad \beta = 60^\circ$$

Il vient :

$$\frac{1}{2} \operatorname{cotg} 15^\circ \operatorname{cotg} 60^\circ = 1{,}08$$

La réduction de γ aura par suite une influence plus grande qu'une réduction portant sur β. A la vérité, l'effet sera à peine marqué dans le cas d'une turbine à grande vitesse, mais il ira en s'accentuant à mesure que la turbine deviendra plus lente.

Rendons le résultat de ce calcul plus clair par un exemple.

Prenons le cas d'une turbine caractérisée par les angles $\beta = \gamma$,

$= 20°$; réduisons successivement β puis γ de 5° et cherchons les rendements correspondants aux trois hypothèses. Ils sont indiqués dans le tableau suivant :

$\beta = 20°$	$\beta = 15°$	$\beta = 20°$
$\gamma = 20°$	$\gamma = 20°$	$\gamma = 15°$
$\mathcal{R} = 0{,}966$	$\mathcal{R} = 0{,}968$	$\mathcal{R} = 0{,}981$

Il ressort de cette discussion qu'on devra s'attacher à réduire l'angle γ.

On ne saurait toutefois diminuer γ au delà d'une certaine limite, une quinzaine de degrés par exemple. A mesure que γ décroît, en effet, la lame d'eau comprise entre deux aubes consécutives s'amincit de plus en plus. La hauteur de la section de passage diminuant, il fa ut alors accroître l'autre dimension, c'est-à-dire a_1.

L'équation :

$$a_0 \sin 2\beta = a_1 \sin \gamma \qquad (1)$$

permet de calculer cette augmentation. Or, on ne saurait guère, dans les cas de basse chute, les seuls où la turbine à impulsion noyée peut, à la rigueur, recevoir des applications, adopter une épaisseur de lame d'eau inférieure à 2 centimètres. Enfin, autre conséquence fâcheuse de l'accroissement de a_1, l'eau sur les bords de la lame ne reste plus à une distance de l'axe qu'on puisse considérer comme invariable. Il s'en suit que la vitesse d'entraînement des molécules, sur ces bords, a des valeurs assez différentes de v, vitesse de la turbine prise sur la circonférence moyenne.

La condition $\delta + \gamma \geqq 90°$, qu'on s'imposait autrefois, entraînait l'adoption de valeurs considérables pour β et γ : $\beta = 30°$ et $\gamma = 30°$ par exemple. Le rendement théorique d'une turbine construite dans ces conditions était de 91 p. 100 seulement. On peut sans inconvénient adopter un angle de 20° environ pour γ et de 25° pour β. Le rendement théorique atteint alors 96 p. 100.

Influence des variations de la vitesse sur le débit et sur le rendement de la turbine. — Le rendement des turbines n'est pas influencé d'une façon très notable par les variations de vitesse, quelque soit le genre auquel ces moteurs appartiennent. C'est là un des grands avantages de la turbine. La détermination du

nombre de tours à assigner à ces récepteurs d'énergie n'est pas par suite renfermée dans des limites très étroites. Il en est du débit comme du rendement. Dans le cas de la turbine axiale à impulsion, les écarts entre les débits maximum ou minimum et le débit normal ne dépassent pas 13 p. 100, le maximum se produisant quand la turbine est calée et le minimum lorsqu'elle s'emporte. Le débit normal est d'ailleurs à peu près égal à la moyenne de ces deux valeurs.

Étudions le cas du débit minimum. Supposons que l'eau ne

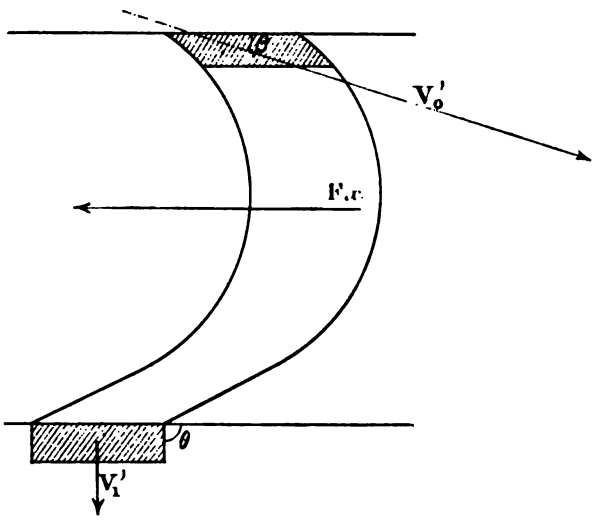


Fig. 50.

subisse aucun frottement, aucun choc en traversant les couronnes, la roue tournant *à vide*. Cette hypothèse n'est évidemment pas réalisée, elle nous servira seulement à trouver une limite supérieure du débit. Dans ces conditions l'eau s'échappera avec toute la force vive due à la chute. Il viendra donc pour la vitesse absolue de sortie :

$$\frac{V_1'^2}{2g} = H$$

Appliquons le théorème des quantités de mouvement projetées (p. 17) à la masse liquide comprise entre deux aubes consécutives, pendant un intervalle de temps infiniment court. On trouve en appelant m la masse écoulée en une seconde et en projetant

sur v', vitesse de la turbine :

$$m\,dt \text{ proj } V'_1 - m\,dt \text{ proj } V'_0 = \int - F_x\,dt$$

F_x étant la composante horizontale des efforts exercés par les deux aubes sur la nappe d'eau. Mais le travail transmis par la turbine est nul par hypothèse, il doit donc en être de même de F_x.

Nous n'avons pas mentionné, dans l'équation, l'impulsion des pressions qui s'exercent sur les deux extrémités de la nappe liquide, car ces pressions sont verticales et ont par suite des composantes horizontales nulles. Il en est de même d'ailleurs du poids de l'eau comprise entre les aubes.

L'équation précédente se réduit, si l'on remplace V_1' par sa valeur limite $\sqrt{2g\,H}$ à :

$$V'_0 < \frac{\sqrt{2g\,H}}{\cos\beta}\cos\theta$$

θ étant l'angle $\widehat{V_1'\,v'}$.

Cos β est assez voisin de l'unité. Il est égal à 0,90, par exemple, pour $\beta = 25°$. On peut donc dire, quel que soit l'angle θ, que V_0' ne pourra guère dépasser sa valeur normale $\sqrt{2g\,H}$, lorsque la turbine s'emportera.

En fait, comme nous venons de le dire, V_0' sera, un peu inférieur à cette limite et le débit, dans ces conditions, sera pareillement plus faible que le débit normal.

Vitesse maxima de la turbine. — La vitesse des turbines ne peut croître au delà d'une certaine limite assez voisine du double de la vitesse normale.

Reprenons l'équation précédente $V_1' \cos\theta = V_0' \cos\beta$; affections d'un accent les lettres qui figurent des quantités relatives au cas de la turbine tournant « à vide » et réservons les lettres non accentuées pour les quantités afférentes au fonctionnement normal.

Les débits fournissent, dans les deux cas, les relations

$$w'_1 A_1 = Q'$$
$$w_1 A_1 = Q$$

On vient de voir que Q' est un peu plus petit que Q.

Donc :

$$w'_1 < w_1 \quad \text{ou} \quad w'_1 < \frac{V_0}{2 \cos \beta}$$

Le triangle des vitesses de sortie permet de mettre l'équation $V'_1 \cos \theta = V_0' \cos \beta$ sous les formes suivantes :

$$v' - w'_1 \cos \gamma = V'_0 \cos \beta$$

$$v' < \frac{V_0 \cos \gamma}{2 \cos \beta} + V'_0 \cos \beta$$

Mais on vient de voir que V_0' est plus petit que V_0.

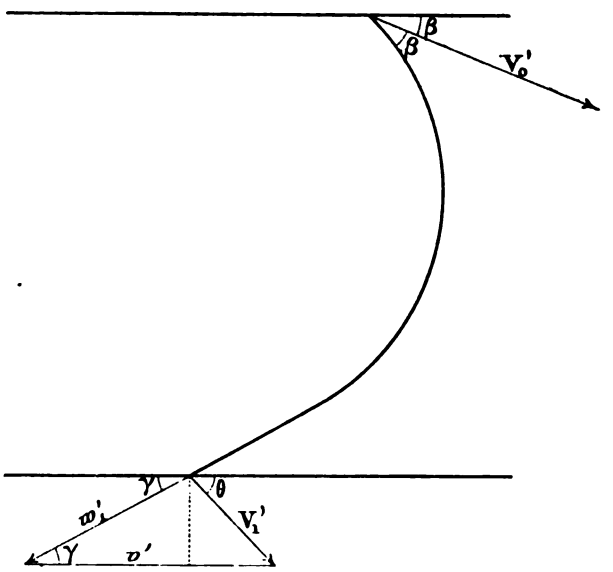


Fig. 51.

Il vient donc en définitive :

$$v' < V_0 \left(\cos \beta + \frac{\cos \gamma}{2 \cos \beta}\right) \quad \text{ou} \quad v' < v\,(2 \cos^2 \beta + \cos \gamma)$$

Supposons que β soit égal à 25° et γ à 20°, on trouve :

$$v' < V_0 \times 1{,}4 \quad \text{ou} \quad v' < v \times 2{,}5$$

Effets de la force centrifuge. — Il semble tout d'abord que l'effet de l'inertie est de chasser vers la périphérie de la turbine axiale le liquide qui est introduit dans celle-ci.

En réalité, l'inertie agit d'une façon assez complexe, mais les conséquences de cette action sont insignifiantes.

Imaginons qu'une molécule isolée soit lancée, comme une bille, sur la partie concave de l'aube. Cette hypothèse est en somme absolument réalisée dans le cas de la turbine à libre déviation que

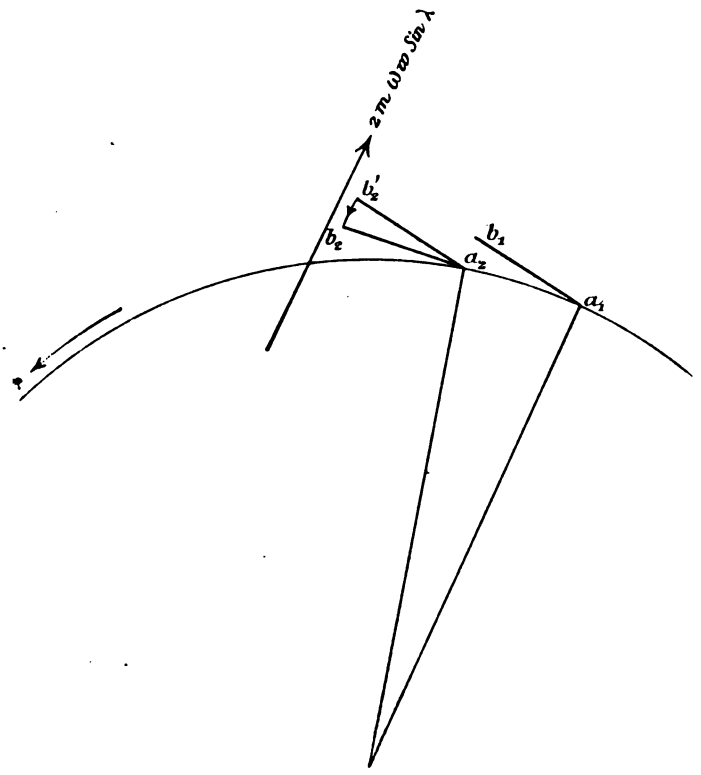


Fig. 52.

nous étudierons bientôt. Cherchons quelle sera la déviation radiale due aux forces d'inertie.

Le mouvement relatif de la molécule sur l'aube peut être considéré comme engendré par trois forces (p. 16) :

1° La pression de l'aube, force normale à la surface de cette dernière et par suite à la trajectoire relative, qui est une courbe de cette surface.

2° La force d'inertie d'entraînement $\frac{mv^2}{r}$ ou $\frac{mw^2}{r}$.

3° La force centrifuge composée $2\ m\ \omega\ w \sin \lambda$, λ étant l'angle de l'axe de rotation et de la vitesse relative w. Cette force fictive est d'ailleurs perpendiculaire à w et à l'axe. Il s'agit de déterminer son sens : si l'on admettait que la trajectoire relative restât dans le cylindre moyen de la couronne mobile, on supposerait ainsi que les effets des forces centrifuges sont nuls, mais, sans faire une pétition de principe, on peut considérer cette trajectoire comme assez voisine de la surface du cylindre moyen, l'expérience montre en effet que l'eau s'échappe à peu près verticalement des turbines dont les aubages sont incomplètement remplis (turbines

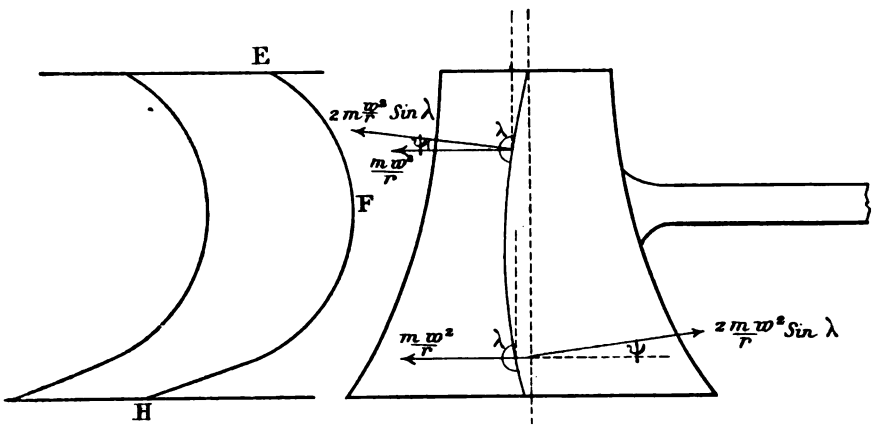


Fig. 53.

à libre déviation). De même w varie à mesure que la molécule s'éloigne de l'axe, mais cette variation est relativement très faible.

Soient donc $a_1\ b_1$, $a_2\ b_2$ deux positions très voisines d'un élément de la trajectoire relative. Cet élément, s'il est pris entre les points E et F sera dirigé dans le sens du déplacement de la turbine (fig. 53).

Transportons parallèlement à lui-même $a_1\ b_1$ de façon que a_1 vienne en a_2, le point b_1 viendra en b'_2 et l'on voit que pour faire coïncider b'_2 avec b_2, il faudra faire tourner l'élément autour de a_2 de l'extérieur du cercle vers l'intérieur (fig. 52).

L'accélération complémentaire est donc dirigé vers l'intérieur du cercle et, au contraire, la force centrifuge composée est bien réellement centrifuge.

Si l'élément de trajectoire est pris entre F et H, il sera dirigé

en sens inverse du déplacement de la turbine et la force centrifuge composée aura alors, en dépit de sa dénomination, une orientation centripète.

Pour étudier le mouvement radial de la molécule, projetons les

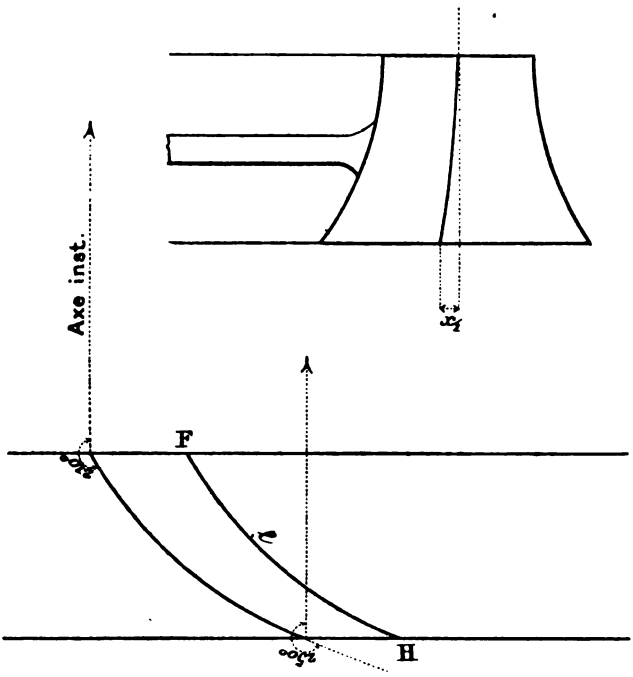


Fig. 54.

trois forces sur le rayon. La résultante des forces projetées aura pour valeur :

$$\vec{\gamma} = 0 + \frac{mw^2}{r} + 2\frac{mw^2}{r} \sin \lambda \cos \psi$$

ψ étant l'angle de la force centrifuge composée et du rayon, angle qui demeure très petit.

Etudions d'abord le cas d'une turbine à grande vitesse. Il se présente dans des conditions de simplicité particulières, car $\vec{\gamma}$ est alors toujours dirigé vers le centre. Supposons que la turbine soit caractérisée par les données suivantes (fig. 54) :

$$\beta = 60^\circ \qquad \gamma = 20^\circ$$

On trouve pour $\mathcal{F}$ les valeurs indiquées dans le tableau suivant :

Entrée de l'eau : $\lambda = 210^\circ$; $\psi = 0$; $\mathcal{F} = \frac{mw^2}{r} + \frac{2mw^2}{r} \sin 210^\circ \cos 0^\circ = 0$

Sortie de l'eau : $\lambda = 250^\circ + \varepsilon$; ψ très petit;

$$\mathcal{F} = \frac{mw^2}{r} + \frac{2mw^2}{r} \sin (250^\circ + \varepsilon) \cos \psi = -\left(\frac{mw^2}{r} - \varepsilon'\right)$$

ε et ε' figurent ici des quantités très petites.

L'accélération j, dans le mouvement projeté sur le rayon, varie d'une façon continue de 0 à une valeur un peu inférieure à $\frac{mw^2}{r}$, en grandeur absolue.

Cherchons seulement une limite supérieure du déplacement de la molécule sur le rayon.

Admettons que j croisse de 0 à $\frac{mw^2}{r}$ proportionnellement au temps, la vitesse relative étant considérée comme à peu près constante.

Posons donc :

$$j = \frac{w^2}{r} \times \frac{w}{L} t,$$

L représente ici la longueur de la trajectoire relative.

j s'annule bien en effet pour $t = 0$ et est égal à :

$$\frac{w^2}{r} \text{ pour } t = \frac{L}{w}$$

Intégrons deux fois l'équation :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{w^3}{rL} t,$$

il vient :

$$x = \frac{w^3}{rL} \frac{t^3}{6}.$$

Le déplacement radial total sera donné par la valeur $t = \frac{L}{w}$ et aura pour expression $\frac{L^2}{6r} = x_1$.

L n'est pas la longueur de l'arc de section droite F H ou l ; il est un peu plus grand que celui-ci.

On peut poser approximativement (fig. 54) :

$$L = \sqrt{l^2 + x_1^2}$$

D'où :

$$x_1 = \frac{l^2 + x_1^2}{6r}$$

On obtient ainsi une équation fournissant la valeur de x_1. Il vient alors :

$$x_1 = 3r - \sqrt{9r^2 - l^2}$$

résultat indépendant de la vitesse de la turbine.

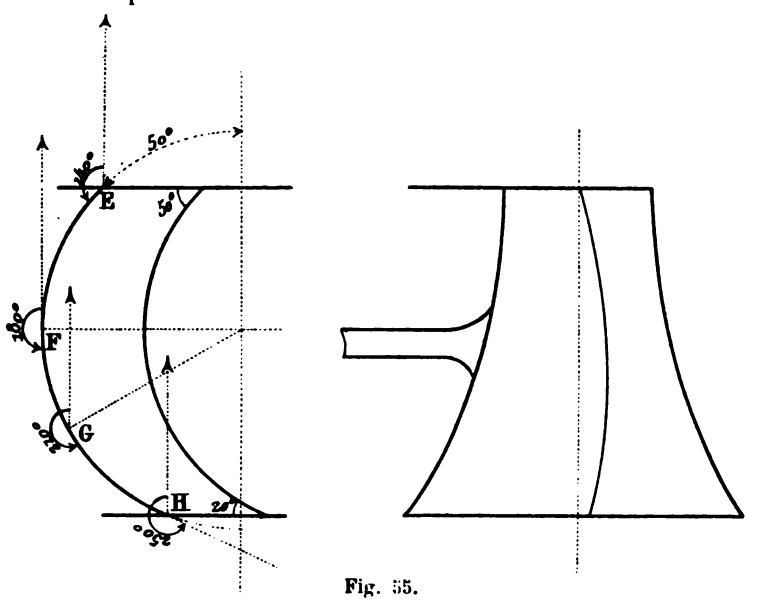


Fig. 55.

Cette conclusion, en apparence paradoxale, s'explique de la façon suivante : A mesure que la vitesse de la turbine croît, les forces d'inertie prennent bien une importance croissante, mais, par contre, la molécule liquide n'est plus soumise que pendant un laps de temps toujours plus réduit à ces actions.

Il est à remarquer que le déplacement radial de la molécule est dirigé vers le centre, résultat assez inattendu. Le même effet doit être observé dans le cas de la turbine à réaction, car nous verrons plus loin que l'aube de cette dernière est disposée comme celle de la turbine à grande vitesse.

Passons maintenant au calcul de $\vec{J}$ pour la turbine à petite vitesse (fig. 55). Supposons $\beta = 25°$ et $\gamma = 20°$. Les différentes valeurs de la force $\vec{J}$ figurent dans le tableau qui suit :

Entrée de l'eau $\lambda = 140^\circ$; $\psi = 0$; $\vec{\mathcal{F}} = \frac{mw^2}{r} + \frac{2mw^2}{r} \sin 140^\circ = 2{,}28\, m \frac{w^2}{r}$

Aux environs de F $\lambda = 180^\circ$; ψ très petit; $\vec{\mathcal{F}} = m \frac{w^2}{r}$

$\lambda = 210^\circ$; ψ très petit; $\vec{\mathcal{F}} = 0$

Sortie de l'eau $\lambda = 250^\circ + \varepsilon$; ψ très petit; $\vec{\mathcal{F}} = -\left(\frac{mw^2}{r} - \varepsilon'\right)$

L'accélération dans le mouvement projeté part de $2{,}28 m \frac{w^2}{r}$ passe par 0 puis devient négative. Le déplacement radial est d'abord centrifuge puis centripète. $\vec{\mathcal{F}}$ est plus grand dans le premier intervalle que lorsqu'il s'agissait de la turbine à grande vitesse, mais cet intervalle ne correspond qu'aux $\frac{3}{4}$ environ de la hauteur de la couronne mobile. En somme, on trouverait un déplacement total de même ordre de grandeur que celui qui a été calculé plus haut, quoique, à la vérité, un peu plus considérable.

Bien que les résultats précédents ne soient que grossièrement approchés, on est en droit d'en conclure toutefois que le mouvement de rotation des turbines parallèles peut être, en pratique, assimilé à un mouvement de translation.

Efforts exercés par le liquide sur les aubes. — Cherchons d'abord la valeur de l'effort tangentiel ou horizontal, exercé par l'eau sur le moteur.

Appliquons à la lame d'eau comprise entre deux aubes consécutives le théorème des quantités de mouvement projetées (page 17). La veine liquide AB vient en A'B' après un laps de temps dt. Soit m la masse écoulée par seconde, les petites masses extrêmes non communes aux deux veines AB, A'B' auront pour valeur mdt. Prenons comme axe de projection la direction de v changé de sens, il vient en appelant X la résultante horizontale des pressions exercées par l'aube sur la veine (fig. 56).

$$X\, dt = mdt\, (-\text{proj } V_1 + \text{proj } V_0)$$

ou $$X = m\,(v + v \cos 2\beta) - m\,(v - v \cos \gamma) = mv\,(\cos 2\beta + \cos \gamma),$$

équation qu'on peut écrire :

$$X = mv\,[(1 + \cos 2\beta) - (1 - \cos \gamma)]$$

ou $$X = mv\left(2\cos^2\beta - 2\sin^2\frac{\gamma}{2}\right) = 2mv\cos^2\beta\left(1 - \frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\beta}\right)$$

Or $v = \frac{V_0}{2\cos\beta}$ (p. 54, ligne 19) et $1 - \frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\beta} = \mathcal{R}$ (p. 56, ligne 2)

Il vient en somme $X = \frac{mV_0^2}{2}\frac{1}{v}\mathcal{R}$, si l'on étend la notation m à la masse d'eau débitée en une seconde par la turbine et si X représente l'effort tangentiel exercé sur le moteur. La formule peut encore s'écrire :

$$X = \frac{Q' H^m}{v}\mathcal{R} = \frac{\mathfrak{L}\mathcal{R}}{\sqrt{2gH}}\,2\cos\beta$$

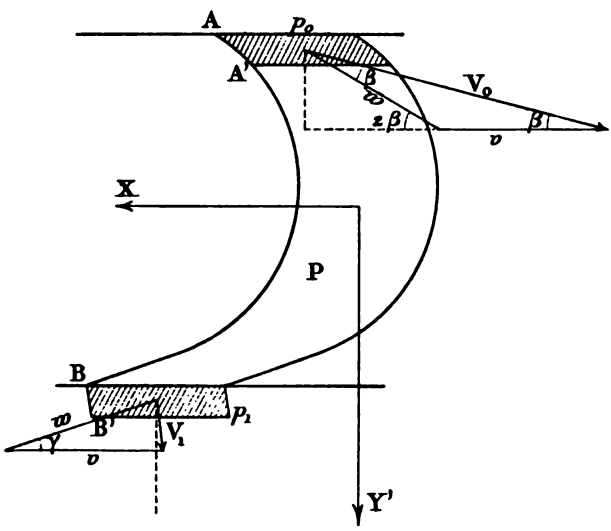


Fig. 56.

La considération du couple moteur fournirait immédiatement cette relation, $\mathfrak{L}\mathcal{R}$ est en effet le travail absorbé par la roue, en une seconde, de même que Xv.

Passons maintenant à la recherche de l'effort vertical exercé par le liquide sur la roue. Appelons S_0 S_1, les sections du trou annulaire de la turbine par les plans de base supérieur et inférieur, P le poids de l'eau contenu dans la courronne mobile, Y' la composante verticale de l'action exercée par les autres sur les veines liquides qu'elles comprennent.

Projetons sur l'axe les quantités de mouvement de la masse

liquide comprise entre les plans de base de la turbine, il vient :

$$\begin{aligned} Y' + S_0 p_0 - S_1 p_1 + P) \, dt &= m dt \text{ proj } V_1 - m dt \text{ proj } V_0 \\ Y' + S_0 p_0 - S_1 p_1 + P &= m v \sin \gamma - m V_0 \sin \beta \\ &= \frac{m V_0}{2 \cos \beta} \sin \gamma - m V_0 \sin \beta \\ &= \frac{m V_0^2}{2 V_0 \cos \beta} (\sin \gamma - \sin 2\beta) \\ &= \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}} \frac{\sin \gamma - \sin 2\beta}{\cos \beta} \end{aligned}$$

La turbine subit une poussée égale et de sens contraire à Y′ de la part du liquide circulant dans la roue. Mais le liquide extérieur, l'eau du bief d'aval exerce aussi une poussée verticale T sur les surfaces de révolution AB CD qui comprennent les aubes (fig. 57).

La somme de ces deux poussées représentera l'effort Y du liquide sur la turbine. On trouve donc :

$$Y = \frac{\mathfrak{P} (\sin 2\beta - \sin \gamma)}{\sqrt{2gH} \cos \beta} + P - (S_1 p_1 - S_0 p_0 - T) = 0.$$

Il est aisé de voir que $P - (S_1 p_1 - S_0 p_0 - T) = 0$, de sorte qu'il vient en définitive

$$Y = \frac{\mathfrak{P} (\sin 2\beta - \sin \gamma)}{\sqrt{2gH} \cos \beta}.$$

$\mathfrak{P}$ étant exprimé ici en kilogrammètres et Y en kilogs. On conclut de cette analyse que des turbines semblables, de même puissance $\mathfrak{P}$, placées sous des chutes diverses H, subissent un effort vertical qui est inversement proportionnel à $\sqrt{H}$. La même remarque s'applique à l'effort X.

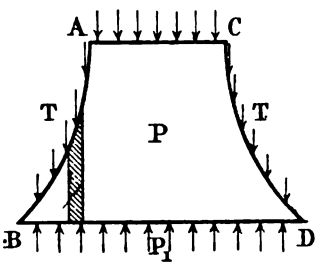


Fig. 57.

Dans le cas de très hautes chutes, X et Y deviennent très faibles, mais il faut observer que l'alimentation est alors partielle et que ces forces ne sont plus uniformément réparties sur la roue.

Il est à noter en outre que X et Y sont indépendants des dimensions de la turbine. Pour une chute d'eau donnée, les efforts exercés par le liquide sur le moteur ne varient donc qu'avec les angles β et γ.

Si l'on se proposait de chercher les efforts exercés sur les aubes d'une turbine parallèle à vapeur détendue par le fluide moteur, le calcul serait analogue à celui que nous venons de faire. V_0 vitesse de la vapeur à la sortie de l'injecteur serait alors fourni par la formule de thermodynamique.

$$V_0 = \sqrt{(606 - 0{,}695\, t)\, \frac{t - t_0}{273 + t_0} \times 425 \times 2g}$$

où t représente la température de la chaudière et t_0 celle de l'eau condensée à l'échappement[1].

Pour rendre plus frappantes les précédentes conclusions, cherchons les efforts exercés sur les aubes dans les 3 cas suivants :

1° *Turbine hydraulique :*

$$Q = 100 \text{ l.},\quad H = 100 \text{ m.},\quad \mathfrak{P} = 133 \text{ ch.},\quad \beta = 30^\circ,\quad \gamma = 20^\circ.$$

Prenons $$V_0 = 0{,}95 \sqrt{2gH}.$$

Il vient :

$$X = \frac{\mathfrak{P}R}{V_0}\, 2 \cos\beta = 395 \text{ kg.},\quad Y = \frac{-Q}{g}\, V_0 \left(\frac{\sin\gamma}{2\cos\beta} - \sin\beta\right) = 130 \text{ kg.}$$

Nous verrons plus loin que ces résultats resteront à peu près les mêmes, si la turbine tourne dans l'air, disposition qui d'ailleurs s'impose en cas de haute chute.

2° *Turbine hydraulique noyée* :

$$H = 2 \text{ m. } 50,\quad \mathfrak{P} = 133 \text{ ch.},\quad \beta = 30^\circ,\quad \gamma = 20^\circ.$$
$$X = 2500 \text{ kg.},\quad Y = 820 \text{ kg.}$$

Si la turbine tournait dans l'air, Y devrait être augmenté, ainsi que nous allons le voir, du poids de l'eau contenue dans la roue, soit de 500 kilogrammes environ.

3° *Turbine d'action à vapeur :*

Pression dans la chaudière . .	10	kg. par cm²,	température	180°
Pression dans le condenseur. .	0,10	—	—	46°

$$\mathfrak{P} = 133 \text{ ch.},\quad \beta = 30^\circ,\quad \gamma = 20^\circ.$$

On trouve : $$V_0 = 1080 \text{ m.}$$
$$X = 17 \text{ kg.},\quad Y = 6 \text{ kg.}$$

[1] Il n'y a là qu'une simple indication théorique. L'écoulement de la vapeur par les tuyères est en effet soumis à des lois assez compliquées. Voir à ce sujet l'étude de M. Rateau intitulée « Recherches expérimentales sur l'écoulement de la vapeur d'eau à travers les tuyères ».

Ces résultats fournissent l'explication de la gracilité déconcertante des arbres du moteur de Laval, particularité dont l'inventeur

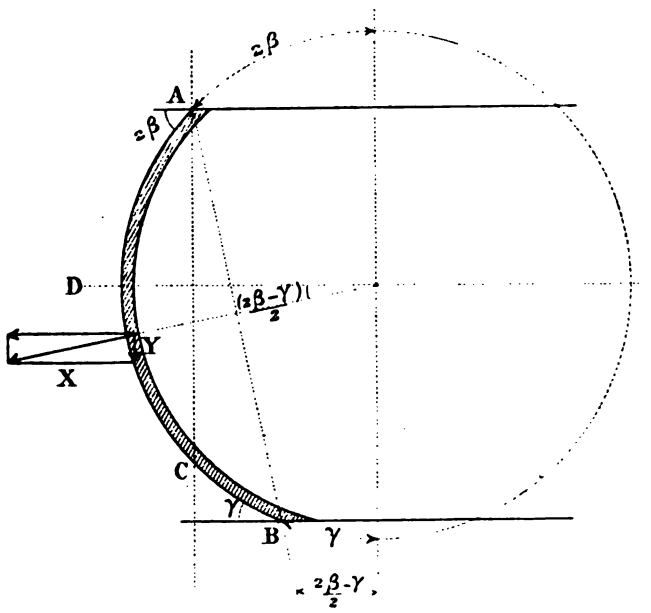


Fig. 58.

a tiré un parti très ingénieux en la faisant servir au centrage automatique de la petite roue.

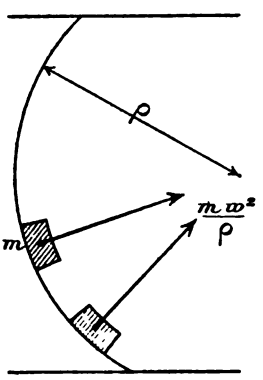


Fig. 59.

Mais revenons à la turbine hydraulique. Supposons la chute assez élevée pour qu'on n'ait pas à se préoccuper des effets de la pesanteur dans la roue et pour que la pression puisse être considérée comme constante dans le parcours de l'aubage.

Étudions le mouvement relatif d'une molécule. Celle-ci étant supposée décrire un cercle de rayon ρ, la résultante des deux forces dites d'inertie et de la pression de l'aube sur la molécule sera égale à $\frac{mw^2}{\rho}$, mais les deux premières forces sont normales au cylindre moyen de la roue, leurs projections sur cette surface sont donc nulles et

la pression de l'aube est simplement égale à $\frac{mw^2}{\rho}$. Si w est constant dans toutes les sections du canal compris entre deux aubes consécutives, c'est-à-dire, si ces sections sont égales (résultat qui ne pourrait être obtenu, à la vérité, qu'au moyen de contre-aubes) la poussée sera uniformément répartie tout le long de l'aube. Dans le cas d'une turbine à petite vitesse, il apparaît immédiatement que la pression hydraulique, dans le sens vertical, peut être regardée comme ne s'exerçant que sur la partie basse CB de l'aube, les poussées en AD et DC se contrebalançant. La figure 58 fournit en outre entre X et Y la relation suivante.

$$\frac{Y}{X} = \operatorname{tg}\left(\frac{2\beta - \gamma}{2}\right).$$

Emploi des turbines axiales noyées à impulsion. — L'emploi des turbines axiales noyées était indiqué, avant l'introduction des moteurs américains, chaque fois que le débit restait à peu près constant et que les variations du niveau d'aval ne pouvaient être au contraire considérées comme négligeables, vis-à-vis de la hauteur de chute.

Dans le cas où un débit irrégulier imposait l'usage fréquent du vannage, on avait recours à des turbines tournant dans l'air, dites à libre déviation. Les turbines noyées ne recevaient donc d'applications que dans les installations à basse chute. La vitesse V_0 de l'eau injectée était alors faible, de même que c vitesse de la turbine, car on sait que c reste compris entre $\frac{V_0}{2}$ et V_0. On se trouvait donc généralement obligé d'augmenter la vitesse de rotation entre le moteur et la machine de fabrication. La turbine à grande vitesse pouvait par suite être appelée à rendre quelques services, en pareille occurence.

Actuellement, dans les cas de basses chutes, c'est presque toujours le type américain qu'on adopte. Pour de très grands débits toutefois, on a recours aux turbines axiales à réaction. Le moteur axial à grande vitesse pourrait encore être rationnellement employé, en cette circonstance, si l'on n'avait pas à rechercher un rendement très élevé. Mais la turbine noyée à petite vitesse reste désormais sans aucune application. On peut dire d'elle, en effet,

qu'elle n'est qu'une roue à réaction mal calculée : son coefficient de réaction a été systématiquement pris égal à 1 alors qu'il devait logiquement recevoir une valeur bien plus élevée : 1,9 ou 2 par exemple (voir p. 145). Quant à la turbine américaine qui, d'après ce qui vient d'être dit, reste le moteur normal des basses chutes, c'est une roue à admission radiale et à échappement à la fois radial et axial. Bien ramassée, partant fort économique, cette turbine à réaction offre en outre l'avantage de tourner fort vite.

TURBINE AXIALE NON IMMERGÉE A IMPULSION

Définition de la turbine à libre déviation, son emploi. — Lorsque

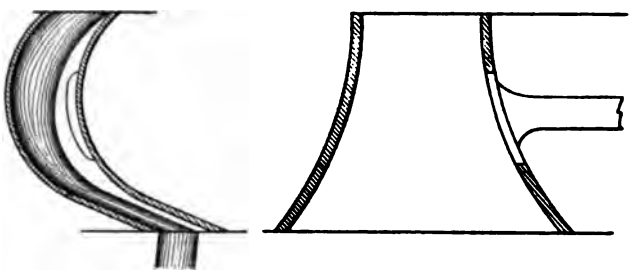


Fig. 60.

le cours d'eau qui alimente une turbine vient à diminuer, l'usinier doit, au moyen du vannage du moteur, fermer un certain nombre d'orifices du distributeur. Sans cette précaution, à la diminution du débit, se joindrait une forte réduction de la chute et, pour ces deux causes, l'énergie utilisée n'aurait plus qu'une bien faible valeur.

Les turbines à impulsion noyées que nous venons d'étudier se prêtent mal à l'emploi du vannage. L'eau doit en effet demeurer inerte entre les aubes de la couronne mobile, dans les parties où le distributeur est fermé, on conçoit alors qu'il se produise une aspiration à l'entrée des canaux mobiles, chaque fois qu'ils cessent de travailler et un choc de l'eau injectée sur l'eau dormante dès qu'ils recommencent à fonctionner.

On est ainsi amené à placer la turbine à quelques centimètres

au-dessus du niveau d'aval et à la faire tourner dans l'air. Toutefois si le niveau d'aval subissait de grandes variations, une notable fraction de la chute ne serait plus utilisée.

Girard a perfectionné les moteurs non immergés en exagérant les sections des canaux compris entre les aubes de la roue. Dans

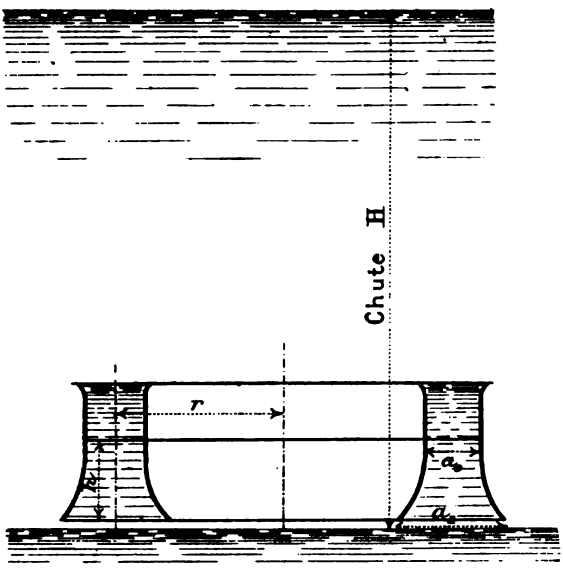


Fig. 61.

ces turbines, dites à libre déviation, l'eau ne remplit plus complètement les canaux ; la nappe liquide ne s'applique que sur la partie concave de l'aube, une couche d'air restant interposée entre la partie convexe et l'eau en mouvement. Cet air est renouvelé par des évents percés dans la jante intérieure de la roue. La veine liquide ne subit donc le contact que d'une seule aube.

Aujourd'hui la turbine axiale à libre déviation est peu usitée. Dans les cas de basses chutes, on tend à employer partout la turbine américaine. Ce moteur, jadis si vivement et, on peut dire, si injustement décrié, a pris sur nos anciennes roues une revanche qui n'est pas justifiée dans les installations à débit peu régulier. En effet, la turbine axiale à libre déviation conserve dans cette circonstance un rendement à peu près constant. Au contraire, le rendement de la turbine Hercule, après avoir atteint son

maximum pour un abaissement de la vanne égale au cinquième de la course de celle-ci, anomalie assez curieuse, diminue ensuite à mesure que descend le registre cylindrique. Il est réduit de 20 p. 100 quand le vannage est descendu aux deux tiers. Ajoutons que les moteurs centripètes à réaction formées de trois roues élémentaires superposées, tels que ceux que MM. Escher, Wyss et Cie établirent à Chèvres et à Jonage, ont un rendement peu variable. Ces nouveaux récepteurs viennent restreindre encore les applications des turbines axiales à libre déviation.

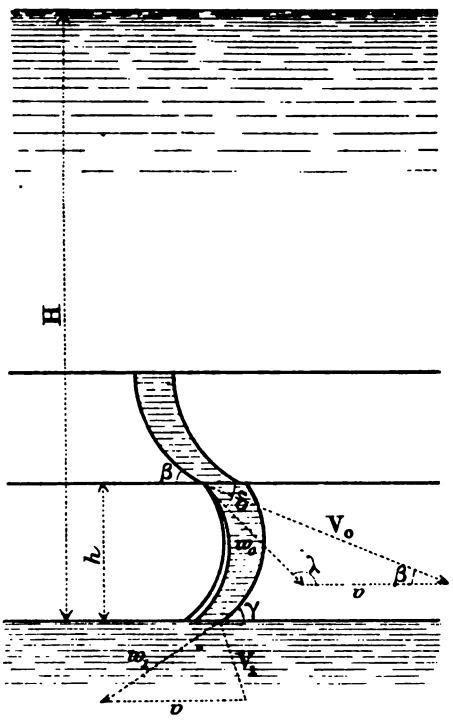


Fig. 62.

Formules. — Supposons que le niveau d'aval affleure le plan d'évacuation de la roue. Admettons que grâce à un évasement convenable du canal formé par deux aubes consécutives, l'inégalité $w_1 A_1 > A w_0$ soit bien assurée. La veine liquide, dans tout le parcours de l'aube, n'est donc soumise qu'à la pression atmosphérique et la vitesse de l'eau, à son entrée dans la roue, est donnée par la formule :

$$V_0 = \sqrt{2g(H - h)}$$

h étant la hauteur de la couronne mobile. L'équation des forces vives prend alors la forme :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + h.$$

L'eau étant admise sans choc, le triangle des vitesses, à l'admis-

sion, fournit l'égalité :

$$w_0^2 = V_0^2 + v^2 - 2V_0 v \cos \beta.$$

Remplaçons V_0 par le radical $\sqrt{2g\,(H-h)}$ et w_0^2 par $w_1^2 - 2gh$ ou par $v^2 - 2gh$ car nous nous imposons la condition $w_1 = v$ qui correspond à une vitesse résiduelle très faible, il vient :

$$v = \frac{gH}{\cos \beta \sqrt{2g\,(H - h)}}$$

Cherchons à mettre cette égalité sous une forme qui rappelle l'équation $v = \frac{\sqrt{2gH}}{2 \cos \beta}$, trouvée dans le cas de la turbine noyée.

Remarquons que h est très petit relativement à H. Développons donc l'expression :

$$\frac{gH}{\cos \beta \sqrt{2g\,(H - h)}}$$

au moyen de la formule du binôme suivant les puissances de $\frac{h}{H}$.

$$v = \frac{gH}{\cos \beta \sqrt{2g\,(H - h)}} = \frac{gH}{\sqrt{2gH} \cos \beta} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{-\frac{1}{2}} =$$
$$= \frac{\sqrt{2gH}}{2 \cos \beta} \left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{h}{H} - \ldots\ldots\right)$$

Passons maintenant à l'expression du rendement. Reprenons la formule donnée à la page 55, ligne 29, il vient :

$$\mathcal{R} = \frac{2gH - V_1^2}{2gH} = 1 - \left(\frac{2v \sin \frac{\gamma}{2}}{\sqrt{2gH}}\right)^2 = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta} \left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{h}{H}\right)^2$$

$$\mathcal{R} = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta} \left(1 + \frac{h}{H}\right)$$

Bien que les 20 ou 30 centimètres de chute qui correspondent à la hauteur de la couronne mobile soient utilisés, le rendement n'en est pas moins un peu diminué, du fait de l'émersion de la roue. Il n'y aurait donc pas lieu de recourir à cette disposition si l'on ne bénéficiait des avantages de la libre déviation.

De la valeur de v que nous venons de trouver, nous pourrons déduire maintenant les 4 formules fondamentales.

Appelons λ l'angle de w_0 et de v_0 changé de sens. Le triangle

des vitesses d'entrée fournit l'égalité :

$$\frac{\sin(\lambda+\beta)}{\sin\lambda} = \frac{v}{V_0}$$

Or $\frac{v}{V_0} = \frac{gH}{V_0^2 \cos\beta} = \frac{gH}{2g(H-h)\cos\beta} = \frac{1}{2\cos\beta}\left(1-\frac{h}{H}\right)^{-1} =$

$$= \frac{1}{2\cos\beta}\left(1+\frac{h}{H}\cdots\cdots\right)$$

L'égalité :

$$\frac{\sin(\lambda+\beta)}{\sin\lambda} = \frac{1}{2\cos\beta}\left(1+\frac{h}{H}\right)$$

développée donne :

$$2\cos^2\beta\sin\lambda + 2\cos\lambda\cos\beta\sin\lambda = \sin\lambda + \sin\lambda\frac{h}{H}$$

$$-\sin\lambda(1-2\cos^2\beta) + \cos\lambda\sin 2\beta = \frac{h}{H}\sin\lambda$$

$$-\sin\lambda\cos 2\beta + \cos\lambda\sin 2\beta = \sin(\lambda+2\beta) = \frac{h}{H}\sin\lambda\,;$$

$\frac{h}{H}$ est très petit, posons donc $\frac{h}{H}\sin\lambda = \sin\varepsilon$, il vient alors $\lambda + 2\beta = \pi - \varepsilon$ ou, en exprimant les angles en degrés et en confondant l'arc ε avec son sinus :

$$\lambda + 2\beta = 180^\circ - \frac{h}{H}\frac{\sin\lambda^0}{0{,}0175},$$

0,0175 étant la longueur de l'arc de 1°.

Sin λ diffère très peu de sin 2β, on peut dès lors écrire l'équation précédente sous la forme :

$$\lambda + 2\beta = 180^\circ - \frac{h}{H}\frac{\sin 2\beta}{0{,}0175} \qquad (1)$$

Remplaçons-y λ par $180^\circ - \delta$, il vient :

$$\delta - 2\beta = \frac{h}{H}\frac{\sin 2\beta}{0{,}0175} \qquad (2)$$

L'équation (3) devient ici :

$$\frac{2\pi r N}{60} = \frac{\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}\left(1+\frac{h}{2H}\right) \qquad (3)$$

et l'équation (4) prend la forme suivante :

$$a_0\left(2\pi r\sin\beta - ne - \frac{n_1 e_1 \sin\beta}{\sin\delta}\right)\sqrt{2g(H-h)} \geqslant Q$$

qu'on peut modifier ainsi qu'il suit :

$$a_0 \left(2\pi r \sin \beta - ne - \frac{n_1 e_1 \sin \beta}{\sin \delta}\right) \sqrt{2g\,\mathrm{H}} \left(1 - \frac{h}{2\mathrm{H}}\right) \geqslant \mathrm{Q} \qquad (4)$$

Afin d'assurer le fonctionnement en libre déviation, on aura soin de prendre avons-nous dit, $w_1 \mathrm{A}_1 > w_0 \mathrm{A}$. Cette inégalité remplacera l'équation (1) de la page 55.

Les quatre formules servant au calcul des turbines axiales à libre déviation seront donc les suivantes :

$$w_1 \mathrm{A}_1 > w_0 \mathrm{A} \qquad (1)$$

$$\delta^0 - 2\beta^0 = \frac{h}{\mathrm{H}} \frac{\sin 2\beta^0}{0.0175} \qquad (2)$$

$$\mathrm{N} = \frac{0{,}95 \sqrt{2g\,\mathrm{H}}}{2 \cos \beta} \frac{60}{2\pi r} \left(1 + \frac{h}{2\mathrm{H}}\right) \qquad (3)$$

$$a_0 \left(2\pi r \sin \beta - ne - n_1 e_1 \frac{\sin \beta}{\sin \delta}\right) 0{,}95 \sqrt{2g\,\mathrm{H}} \left(1 - \frac{h}{2\mathrm{H}}\right) \geqslant \mathrm{Q} \qquad (4)$$

Le coefficient 0,95 tient compte des pertes de charge qui se produisent dans le distributeur. Mais on a négligé, en établissant ces formules, les pertes de charge relatives à la couronne mobile. Les valeurs de δ et de N qu'on trouve ici sont donc trop fortes.

Efforts exercés par l'eau sur les aubes. — Si l'on reprend l'équation qui donne la valeur de l'effort vertical exercé par le liquide sur la roue (p. 84, ligne 13) :

$$\mathrm{Y} = \frac{\varphi}{\sqrt{2g\,\mathrm{H}} \cos \beta} (\sin 2\beta - \sin \gamma) + \mathrm{P} - (\mathrm{S}_1 p_1 - \mathrm{S}_0 p_0 - \mathrm{T})$$

on verra que l'égalité, $p_1 = p_0$ entraîne aussi la suivante : $\mathrm{S}_1 p_1 - \mathrm{S}_0 p_0 - \mathrm{T} = 0$, dans le cas où la turbine tourne dans l'air. Il vient dès lors, pour expression de l'effort :

$$\mathrm{Y} = \frac{\varphi}{\sqrt{2g\,\mathrm{H}} \cos \beta} (\sin 2\beta - \sin \gamma) + \mathrm{P}$$

On étendrait facilement cette démonstration, qui suppose, la turbine remplie par le liquide, au cas de la libre déviation.

CONSTRUCTION DES TURBINES AXIALES A IMPULSION

Vannages. — Ainsi que nous l'avons remarqué (p. 88), à une diminution de débit du cours d'eau doit correspondre une dimi-

nution de la section de passage de l'eau, dans le distributeur.

Rendons cette assertion plus frappante par un exemple.

Supposons que le débit Q du cours d'eau vienne à être réduit aux $\frac{4}{5}$ de sa valeur normale et qu'on conserve la section de passage. La charge H' produisant l'écoulement sera, dans ces conditions, donnée, en fonction de la chute normale, par l'équation :

$$\frac{4}{5} Q = A_0 \sqrt{2g H'} = \frac{4}{5} A_0 \sqrt{2g H}$$

On en tire :

$$H' = \frac{16}{25} H$$

La puissance disponible aura donc pour expression

$$\frac{4}{5} QH' = \frac{4}{5} Q \frac{16}{25} H = 0{,}51\ QH.$$

Ce n'est pas tout : la vitesse des machines de l'usine devant rester généralement invariable, la turbine tournera plus vite que ne le comporte la chute H'. Il en résultera un abaissement du rendement.

En somme la puissance du moteur serait réduite de plus de 50 p. 100 pour une diminution du débit de 20 p. 100 seulement.

Si au contraire on suppose qu'on ait diminué la section de passage du distributeur de 20 p. 100, la charge restera à peu près égale à H et la puissance sera réduite dans les mêmes proportions que le débit.

Le problème de l'établissement du vannage de la turbine se pose dans des conditions assez semblables à celui de la distribution des machines à vapeur. On sait que si l'on étrangle le passage de la vapeur au moyen d'un tiroir à lent déplacement, la pression s'abaisse d'une façon notable par suite du laminage subi par le fluide. On se heurte à un inconvénient du même ordre quand on réduit la section de tous les orifices d'un distributeur hydraulique par une obturation partielle. L'organe de distribution de vapeur ou d'eau doit donc être entièrement fermé ou entièrement ouvert et l'adage de la porte lui est strictement applicable. En conséquence, la réduction de section de la couronne fixe du récepteur hydraulique sera obtenue en fermant complètement un cer-

tain nombre d'orifices et en laissant les autres entièrement ouverts.

Un grand nombre de dispositions ont été imaginées. On a d'abord employé des sortes de coins de bois pendus à des tringles ; celles-ci étaient manœuvrées du plancher de l'usine et permettaient de fermer successivement les orifices du distributeur au fur et à mesure des besoins.

Plus tard des vannettes verticales furent substituées aux coins.

Une autre disposition avait été empruntée aux appareils de distribution de vapeur : cinq ou six orifices pouvaient être fermés à la fois au moyen de vannes-tiroirs coulissant sur le plan supérieur du distributeur. Éloignées de l'axe de rotation, elles laissaient libre le trou annulaire de la couronne fixe, poussées vers le centre elles venaient masquer une fraction de cette ouverture (fig. 63 *bis*).

Le mouvement de translation des vannes-tiroirs suivant le rayon était obtenu du sol de l'usine au moyen d'un mécanisme facile à imaginer qui permettait d'agir successivement sur les vannettes, en tournant d'une façon continue un volant de manœuvre. Un système d'une dizaine de tiroirs formait, avec le mécanisme de transmission de mouvement, un ensemble assez compliqué.

Une disposition plus simple consistait en un tiroir circulaire qui se déplaçait sur l'orifice annulaire du distributeur. Le mouvement de la vanne était alors une rotation autour de l'axe du moteur. On faisait avancer ou reculer le tiroir circulaire au moyen d'un volant placé à l'étage des machines de fabrication. L'inconvénient de cette sorte de vannage résidait dans le grand développement des couronnes. Supposons en effet une turbine munie de deux tiroirs diamétralement opposés, afin que l'effort hydraulique soit symétriquement réparti. Chaque vanne couvrira un quart de circonférence et, quand la turbine sera complètement ouverte, deux quarts de circonférence se trouveront masqués. La moitié de la couronne est ainsi inutilisée (fig. 63 *ter*).

Les vannettes-tiroirs et le papillon différentiel, que nous venons de décrire en dernier lieu, ont parfois été employés conjointement.

Au reste ces deux dispositions présentaient un inconvénient commun qui se trouvait très aggravé dans le dernier cas. Il arrive en effet fréquemment que des feuilles mortes entraînées par les

eaux viennent s'appliquer sur les tranches des aubes et s'y coller obstinément. On conçoit que le fonctionnement des tiroirs peut être gêné, paralysé même de ce fait.

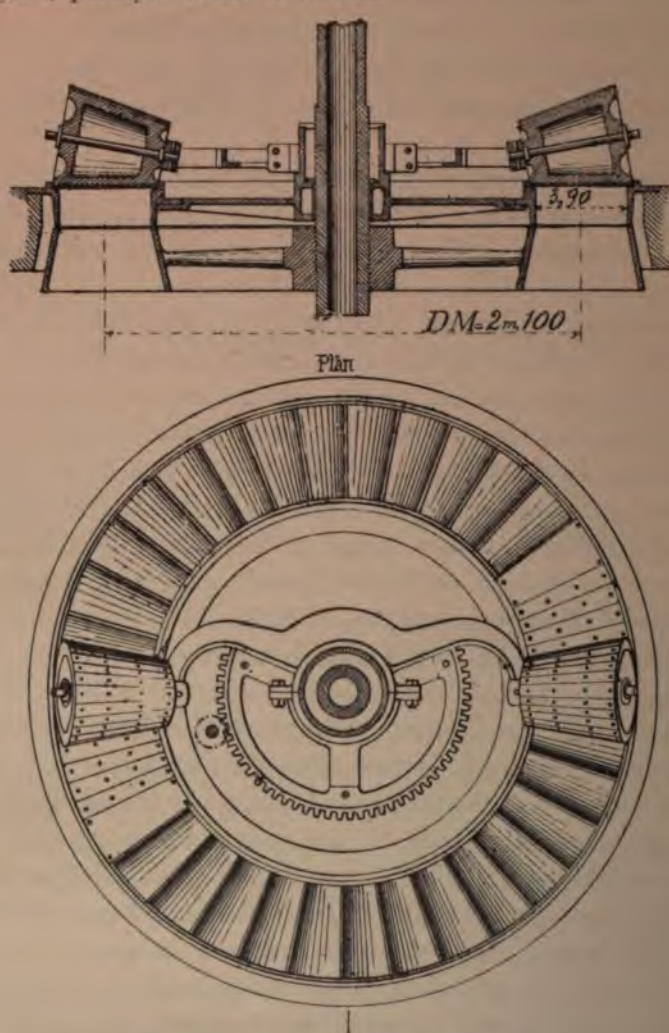


Fig. 63. — Vannage à cône de Fontaine.

Le mode de vannage auquel la maison Fontaine avait fini par s'arrêter consistait en une bande de gutta-percha de forme annulaire, comme la surface d'entrée du distributeur, et qui pouvait s'appliquer progressivement sur celle-ci. Fixée suivant un rayon

de la couronne fixe, par une de ses extrémités, elle était, par l'autre, enroulée sur une sorte de bobine conique qu'il était possible

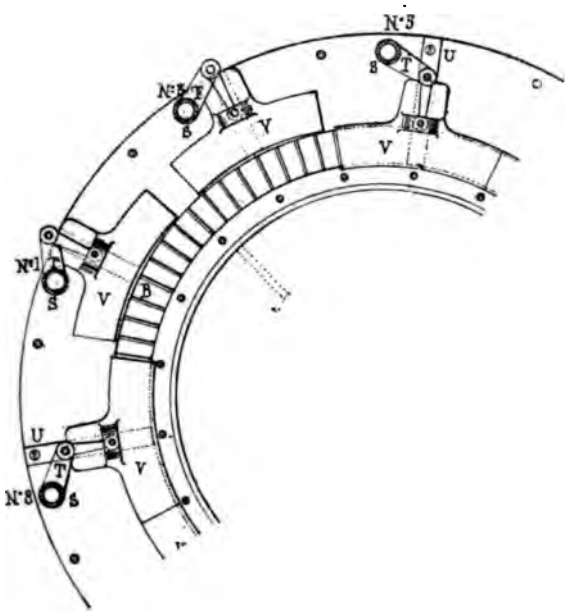


Fig. 63 *bis*. — Dessin de vannettes-tiroirs.

de faire rouler circulairement sur la surface de l'orifice. Des lames métalliques appliquées sur la face inférieure de la gutta-percha donnaient à celle-ci une certaine rigidité, compatible toutefois avec l'enroulement, car ces lames constituaient comme les génératrices de la surface réglée formant bobine. Deux bandes semi circulaires étaient diamétralement opposées sur le plan supérieur du distributeur, de façon à maintenir la symétrie des orifices ouverts.

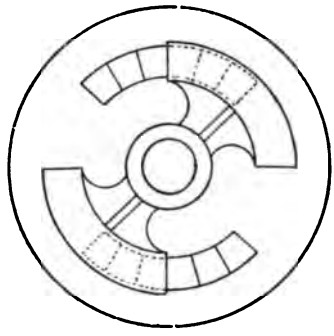


Fig. 63 *ter*. — Papillon différentiel. Projection horizontale.

Les deux bobines roulaient donc à la façon des galets des plaques tournantes ; elles recevaient leur mouvement d'un volant de manœuvre placé sur le sol de l'usine (fig. 63).

On voit que dans cette disposition, les couronnes ont la dimension qui leur est strictement nécessaire. En outre l'inconvénient relatif aux feuilles mortes se trouve bien atténué, car celles-ci ne peuvent entraver le développement de la bande de gutta-percha; les cônes gardant la liberté de se soulever dans une certaine mesure.

Régulateurs de débit. — Dans la plupart des grandes installations hydrauliques de récente création, le vannage des turbines est manœuvré automatiquement.

La régularisation des machines à vapeur est, on le sait, obtenue au moyen d'un appareil à boules. Mais les organes qui modifient le degré de détente de la vapeur sont de masse faible; il n'en va plus de même pour le vannage compliqué et lourd des turbines de basses chutes. On conçoit que, dans ce cas, le régulateur à boules soit impuissant à mettre en action des mécanismes aussi volumineux. Or il importe que le vannage entre en mouvement sitôt que la vitesse subit une légère variation et non point lorsque celle-ci s'est tellement modifiée que l'effort exercé par les boules est devenu relativement considérable. Il faut donc faire intervenir une réserve d'énergie qui sera à chaque instant à la disposition du tachymètre régulateur. Des servo-moteurs mus par de petits accumulateurs d'eau ou d'huile servent le plus souvent à transmettre au vannage les mouvements en quelque sorte indiqués par l'appareil à force centrifuge. Parfois encore un arbre recevant son mouvement de la turbine entraîne tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé, le mécanisme de vannage. Le rôle du régulateur à boules se borne alors à modifier ces embrayages successifs.

En cas de très haute chute et de débit réduit, le mécanisme de régularisation de l'eau affluente a une masse comparable à celle des tiroirs ou des soupapes des machines à vapeur, la manœuvre du vannage peut alors être obtenue au prix d'un effort insignifiant.

Il n'est pas exagéré de dire qu'il existe autant de systèmes de régularisation de turbines que de constructeurs de ces moteurs. On n'en finirait pas si l'on entreprenait de passer en revue les appareils imaginés dans ce but, au cours des dix dernières années.

Comme exemple de régulateurs de débit pour très haute chute nous décrirons un des deux types en service à l'usine hydro-électrique du lac Tanay [1].

Le vannage de la turbine est commandé par un cadre rectangulaire A placé dans un plan horizontal et animé d'un mouvement de translation, soit à droite de sa position normale, par exemple, pour augmenter le débit, soit à gauche pour le diminuer. Ce déplacement est obtenu au moyen d'une came B formée par un parallélogramme vertical placé, avec un certain jeu, entre les deux côtés du cadre. Nous verrons plus loin comment la came pousse le cadre (fig. 64 et 65).

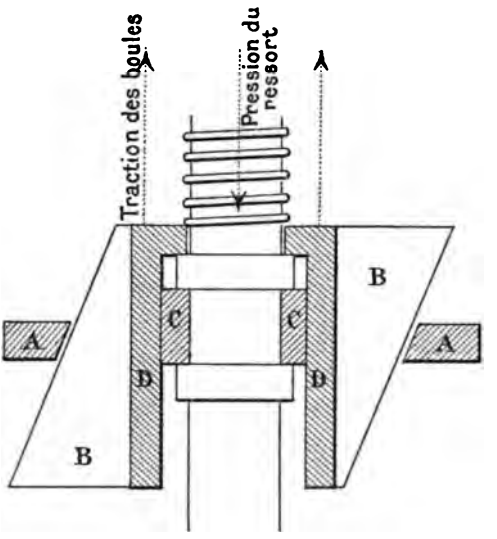


Fig. 64.

Le régulateur à boules élève ou abaisse le parallélogramme. Mais sitôt que celui-ci, par suite d'une modification de la vitesse aura pris contact avec le cadre, le frottement résultant empêchera tout nouveau mouvement dans le sens vertical. Il s'agit donc, dès que le parallélogramme a commencé à se déplacer vers le haut ou vers le bas, de le soustraire un instant au contact qui le paralyse. On y parvient en donnant à la came un mouvement oscillatoire de très petite amplitude de la gauche vers la droite et inversement, mouvement qui éloigne le parallélogramme du côté du cadre qu'il touchait et l'y ramène aussitôt. Le régulateur à boules peut alors mettre à profit l'instant où le parallélogramme est devenu libre pour prendre, sans contrainte, la position d'équilibre qui correspond à la vitesse. La came, en somme, est animée de deux mouvements simultanés, l'un, intermittent, est dirigé de haut en bas ou

[1] Cet ingénieux régulateur a été imaginé par M. Michaud, aujourdhui directeur des ateliers de construction mécanique de Vevey.

554602

inversement, l'autre, régulier, est un va-et-vient de la gauche vers la droite et de la droite vers la gauche. Ce dernier est obtenu au moyen d'un excentrique C qui tourne dans un manchon D faisant corps avec le parallélogramme. La douille D entoure l'arbre vertical du régulateur à boules, arbre sur lequel est fixé l'excentrique. On voit, en résumé, que c'est à la commande du tachymètre et non aux boules qu'est demandé l'effort nécessaire pour pousser le cadre.

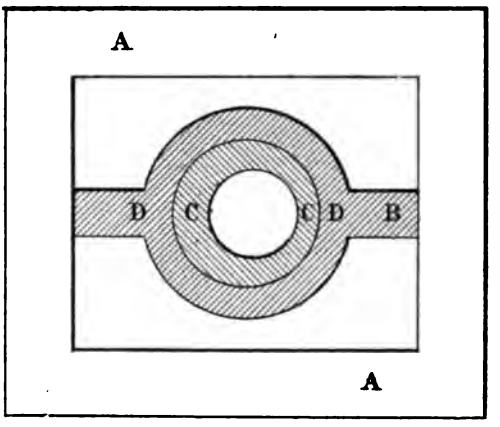


Fig. 65.

Il ne reste plus qu'à transmettre au petit appareil de vannage le mouvement du cadre. En conséquence la tuyère d'alimentation, de section carrée, peut être en partie masquée par une petite languette qui s'avance sur l'orifice de sortie et agit à la façon du doigt que les cantonniers chargés de l'arrosage public placent parfois à l'extrémité de leur lance, pour en régler le jet. C'est sur cet organe qu'agit le cadre au moyen de barres articulées. Un frein à levier et à contrepoids empêche la languette de suivre, sous l'action du liquide, le mouvement oscillatoire de la came.

Pivots. — Les premiers pivots de turbines étaient noyés dans le bief d'aval. Le principal inconvénient de cette disposition résidait dans la difficulté des visites et des réparations de la crapaudine, l'opération se trouvant subordonnée à un véritable épuisement.

L'invention du pivot relevé hors de l'eau apporta au problème une solution complète. Celle-ci est si satisfaisante que la maison Fontaine, qui en a fait depuis longtemps tant d'heureuses appli-

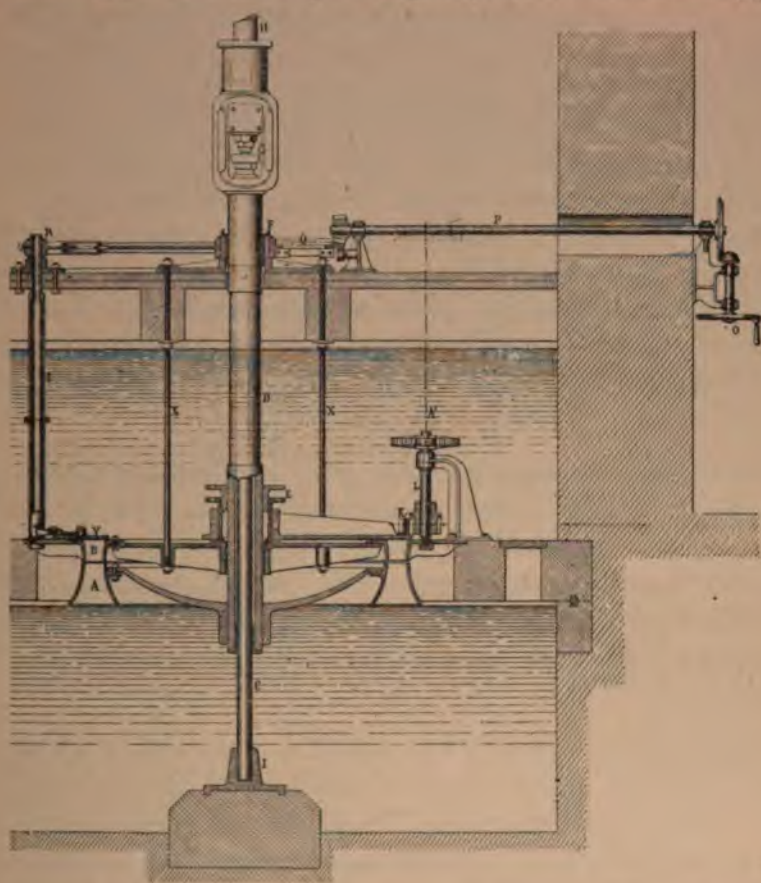


Fig. 66. — Arbre creux avec pivot hors de l'eau. Turbine munie de vannes-tiroirs et d'un papillon différentiel.

cations, n'a pas cru devoir l'abandonner en abordant la construction des turbines de type américain et qu'elle s'est à peu près refusée à adopter le pivot noyé à grain de bois de gaïac.

Pour reporter dans l'air le point d'appui du moteur, on fixe la couronne mobile par de fortes vis sur un arbre creux qui entoure un arbre plein scellé dans le lit du bief d'aval. Ce manchon porte un pivot en pendentif et vient, par l'intermédiaire de celui-ci, repo-

ser sur un grain couronnant la colonne fixe. Les surfaces de contact sont d'ailleurs placées dans une sorte de vase de bronze plein d'huile.

Tel est le principe de ce mode de support. Quelques détails compléteront cette description sommaire. Le pivot est fileté à sa partie supérieure et s'engage dans un gros écrou destiné à supporter tous le poids de la masse mobile. En agissant sur l'écrou on peut soulager le manchon et par suite faire varier la distance de la couronne fixe au distributeur. Une bague de bronze interposée entre l'arbre creux et l'arbre plein, vers le bas, empêche tout ballottement. Même disposition dans la partie supérieure, un peu au-dessous du point d'appui. Enfin un collier de bronze (boitard), surmonté d'un presse-étoupe, sert au passage du manchon dans le distributeur. Un second boitard est placé dans le plancher de l'usine.

Dispositions diverses adoptées pour les turbines axiales à impulsion. — Ces moteurs ont subi, dans certaines circonstances particulières, des modifications qu'il est bon de connaître bien qu'elles ne présentent plus guère qu'un intérêt rétrospectif. Nous décrirons donc succinctement les turbines hydro-pneumatiques, les turbines dites Jonval et les turbines à bâches pour hautes chutes.

Hydropneumatisation. — Le fonctionnement à libre déviation n'est applicable qu'aux cas où le niveau d'aval est peu variable, car si l'on élève notablement le moteur pour le mettre hors d'atteinte des hautes eaux, on perd, dans les circonstances ordinaires, une partie de la chute. Girard, après avoir inventé la disposition des turbines à libre déviation, chercha à l'appliquer, quelles que fussent les variations du niveau d'aval. C'est ainsi qu'il fut conduit à placer la couronne mobile au-dessous de ce niveau et à la faire tourner dans l'air comprimé. Un petit compresseur d'air suffit à l'alimentation de la bâche sans fond qui contient la turbine et un trop-plein d'air y maintient l'eau au niveau convenable. On peut par ce procédé augmenter le rendement du moteur de 10 ou 20 p. 100 lorsque l'alimentation se trouve réduite et qu'il devient nécessaire de faire usage du vannage. En cas d'admission sur toute

la couronne, l'avantage de l'hydropneumatisation ne serait guère marquée, car la supériorité de la turbine à libre déviation sur la turbine noyée n'est pas sensible en cette circonstance.

Turbine Jonval. — La difficulté à laquelle on se heurta, lorsqu'il fallut réparer les pivots noyés des premières turbines, amena

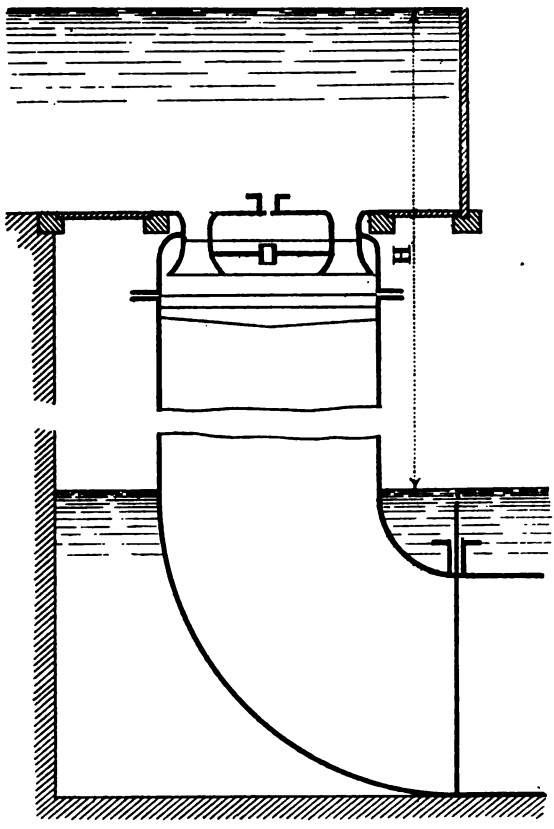


Fig. 67.

Koechlin à imaginer la disposition suivante à laquelle le constructeur Jonval qui l'exécuta a laissé son nom [1].

Les deux biefs sont réunis par un gros tube métallique et le moteur se trouve placé vers la partie supérieure de ce tuyau, à un niveau voisin du plafond du canal d'amont. On conçoit que la

[1] A l'étranger on désigne sous la dénomination de turbines Jonval les turbines axiales à réaction, bien que ce constructeur n'ait connu que les roues à impulsion.

charge, au distributeur, reste la même que dans les circonstances ordinaires : la turbine est bien remontée, mais la pression qui s'exerce sous la couronne mobile est égale, non plus à la pression atmosphérique, mais à celle-ci diminuée de la colonne d'eau comprise entre le niveau de la sortie des aubes et le niveau du bief d'aval (on suppose ici que la vitesse dans le tube soit assez faible pour que la perte de charge y puisse être regardée comme négligeable).

Grâce à l'artifice imaginé par Koechlin, l'arbre de la turbine n'a plus qu'une faible hauteur. Il repose sur une traverse placée suivant un diamètre du tube et son pivot est facilement accessible. Il suffit en effet de fermer la vanne de garde pour mettre le moteur à sec. Une seconde vanne placée à la base de la colonne sert à l'amorçage.

Le réglage du débit était obtenu, soit au moyen de cette dernière vanne, disposition très défectueuse au point de vue du rendement, soit par des coins de bois qui venaient fermer les orifices du distributeur.

Lorsque la colonne d'eau située au-dessous de la couronne mobile était voisine de dix mètres, la dépression à la sortie des aubes devenant considérable, l'air dissous dans le liquide tendait à se cantonner dans cette région. Tant que la surface libre ne s'abaissait pas sensiblement au-dessous de la couronne, la perte de chute restait négligeable et la turbine offrait alors cet avantage de tourner dans l'air. Des soupapes à air munies de flotteurs ont été imaginées par M. Meunier et M. Léauté pour permettre la rentrée de l'air, en volume limité, sous la roue, et pour réaliser ces conditions favorables.

Afin que la dépression qui se manifeste à l'échappement ne puisse y créer une accumulation d'air excessive, Meissner assigne à la hauteur de la colonne liquide située sous la turbine les limites supérieures suivantes :

Diamètre du tube de succion.	Hauteur max.
4	3
3	3,75
2	4,50
1	8
0,15	9

On peut, dans le cas de haute chute, adopter une solution un peu différente de celle de Koechlin et placer le moteur dans un plan intermédiaire entre le sommet et la base du tube.

Le tube de Koechlin est d'un usage courant chez les Américains. Ils lui donnent le nom de tube de succion. On l'a même perfectionné en agrandissant progressivement la section de la veine d'eau annulaire qui s'échappe de la turbine. La vitesse du liquide va ainsi en diminuant à mesure que celui-ci approche de l'orifice inférieur du tube et la force vive résiduelle qu'il gardait à la sortie du moteur est employée à réduire la pression sous les aubes et à accroître la charge utilisée.

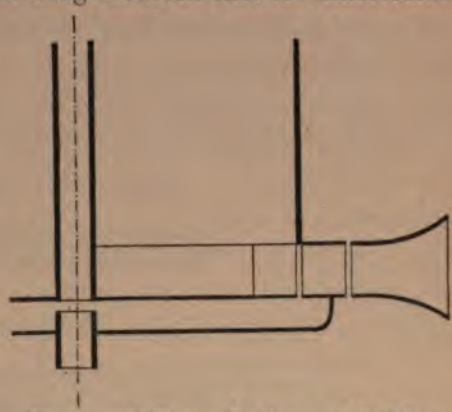


Fig. 68. — Diffuseur Boyden pour turbine centrifuge.

Boyden, partant de ce principe, a placé autour des turbines centrifuges une sorte de couronne fixe évasée vers la sortie et ne portant pas d'aubes. Cet appareil est connu aux États-Unis sous le nom de diffuseur. (Voir p. 26.)

Les turbines de très grande puissance établies récemment dans le bassin du Rhône, lorsqu'elles fonctionnent sous des chutes de quelques dizaines de mètres, sont munies de tubes d'aspiration.

Grâce à cette disposition, les moteurs ont été placés dans le hall des dynamos ou dans une galerie qui leur est spéciale, comme à Jonage. Ajoutons d'ailleurs que le type à impulsion n'est pas employé dans ces installations ; elles sont toutes montées en effet avec des turbines à réaction.

A l'usine de Chèvres (Genève) il a été fait une application originale du tube d'aspiration. En été, époque des crues, la chute est diminuée par l'élévation du niveau d'aval. Il fallait donc, pour conserver une puissance invariable, augmenter le débit des moteurs, pendant cette période. En conséquence, l'arbre, qui est vertical, porte deux turbines fixées à des niveaux différents La turbine

inférieure est établie à la manière d'un moteur à chambre d'eau ; elle fonctionne toute l'année. La turbine du haut occupe l'orifice supérieur d'un tube de succion oblique et reste fermée pendant l'hiver. Les deux roues sont à la vérité du type centripète à réaction, mais la disposition pourrait aussi bien s'appliquer à des turbines à impulsion.

Turbines à bâches. — Si le diamètre du moteur est trop consi-

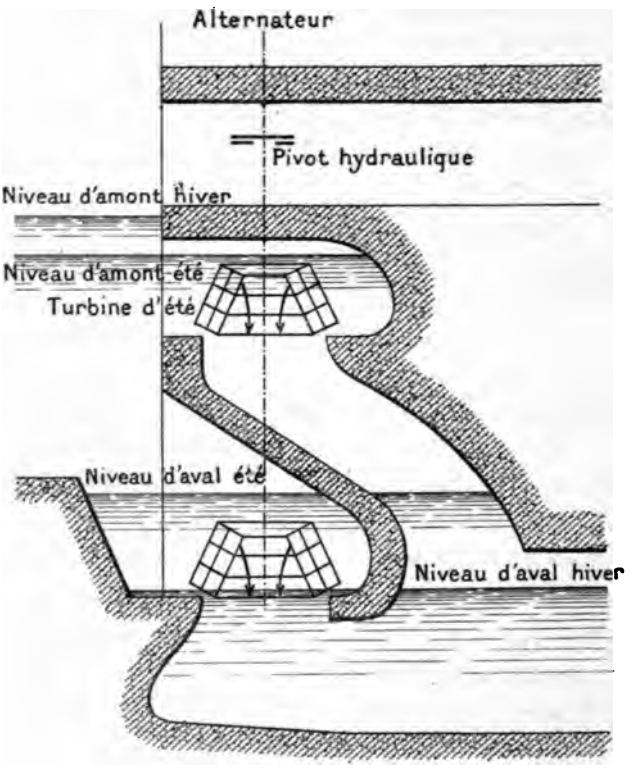


Fig. 69. — Schéma des turbines de Chèvres (Genève).

dérable pour que celui-ci puisse être logé dans un tube, on l'enferme dans une bâche alimentée par une canalisation métallique.

Dans le cas de hautes chutes on a quelquefois eu recours à des turbines axiales à injecteurs. Certains de ces moteurs ont été construits à axe horizontal.

Turbine à vapeur de Laval. — C'est dans cette dernière catégorie que rentrent les turbines à vapeur de Laval. Le fluide moteur lancé par des tuyères dans les aubes d'une petite roue axiale à axe horizontal y travaille complètement détendu. La vitesse de rotation peut atteindre le chiffre de 400 révolutions par seconde; il devient donc nécessaire de la réduire au moyen d'un engrenage. L'arbre de la turbine est d'une ténuité extrême et sa flexibilité est fort utile car, grâce à cette circonstance, les défauts de symétrie, de centrage se corrigent automatiquement. Le phénomène est certes fort curieux. Au reste, tout est paradoxal dans ce minuscule engin : cette correction des défauts de symétrie de l'arbre ou du disque moteur, l'énormité des vitesses de rotation, l'absence de trépidations, la rusticité de l'engrenage, en apparence si délicat, les dimensions du disque et de l'arbre.

La turbine de 12 chevaux n'a que 12 centimètres de diamètre; et le calibre de l'arbre n'atteint que 5 millimètres.

La turbine de 300 chevaux mesure 70 centimètres de diamètre, son arbre tourne à raison de 125 révolutions par seconde et le calibre de celui-ci est de 3 centimètres. La consommation de vapeur pour ce dernier moteur ne dépasse pas 6,22 kilogrammes par cheval-heure effectif.

TURBINES RADIALES A IMPULSION

Formules. — La turbine radiale est caractérisée par le déplacement moyen des molécules liquides dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

Aucun travail ne sera donc effectué par la pesanteur dans la couronne mobile, si l'axe est vertical. Les turbines radiales qui fonctionnent sous de basses chutes devront par suite être noyées, car si la roue était placée à une certaine distance du niveau d'aval, la chute se trouverait réduite d'autant.

Les quatre équations fondamentales qui servent au calcul de la turbine radiale découlent de considérations identiques à celles qui nous ont permis d'étudier le fonctionnement de la turbine parallèle.

La turbine étant à impulsion, la même pression doit régner dans

la région du joint, à l'intérieur comme à l'extérieur du moteur, il résulte de là que p_0 pression dans le joint est égal à p_1 pression à l'échappement. En effet le déplacement de la molécule moyenne s'effectue, nous l'avons dit, dans un plan horizontal.

Si l'on veut en outre que la vitesse absolue du liquide soit nulle, ou plutôt à peu près nulle, à la sortie des aubes, on devra faire en sorte que v_1, vitesse linéaire à la circonférence extérieure, soit égale à w_1, vitesse relative de l'eau évacuée.

L'équation de Bernouilli en mouvement relatif :

$$\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} = p_0 - p_1 + z_0 - z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

lorsqu'on tient compte des relations

$$p_0 = p_1 \qquad w_1 = v_1 \qquad z_0 = z_1$$

qui résultent des hypothèses, se réduit finalement à :

$$w_0 = v_0$$

Or, dans le mouvement de rotation, les divers points de la turbine sont animés de vitesses proportionnelles aux distances de ces points à l'axe. Il suit de là :

$$\frac{w_1}{w_0} = \frac{v_1}{v_0} = \frac{r_1}{r_0} = \mu,$$

en appelant μ la valeur du rapport $\frac{r_1}{r_0}$.

Mais la continuité entraîne les relations :

$$Q = w_0 A = w_1 A_1$$

qu'on peut écrire dès lors :

$$Q = v_0 A = v_1 A_1 = \mu v_0 A_1$$

A A_1 désignant comme précédemment les sections d'entrée et de sortie de la couronne mobile.

Or l'équation $A = \mu A_1$ peut s'écrire :

$$2\pi r_0 a_0 \sin \delta = \mu\, 2\pi r_1 a_1 \sin \gamma$$

ou

$$a_0 \sin \delta = \mu^2 a_1 \sin \gamma \qquad (1)$$

a_0 et a_1 désignant les hauteurs de la couronne mobile à l'entrée et à la sortie de l'eau.

L'équation (1) est la condition pour que la turbine soit à impulsion.

On verrait exactement, comme lorsqu'il s'est agi de la turbine

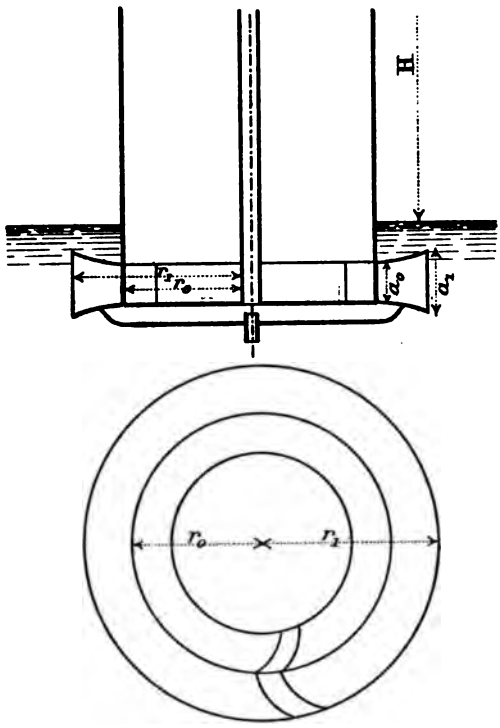


Fig. 70.

axiale, que la condition relative à l'introduction de l'eau sans choc se traduit numériquement par la relation

$$\delta = 2\beta \tag{2}$$

D'autre part le triangle des vitesses d'entrée, qui est isocèle, permet de transformer l'équation $v_0 = w_0$ que nous venons de trouver en la suivante (fig. 71) :

$$v_0 = w_0 = \frac{V_0}{2 \cos \beta} = 2 \pi r_0 \frac{N}{60},$$

laquelle peut être mise sous la forme :

$$N = \frac{\sqrt{2gH}}{2 \cos \beta} \times \frac{60}{2 \pi r_0} \tag{3}$$

Exprimons enfin que la turbine absorbe bien tout le volume d'eau disponible, il vient :

$$2\,\pi r_0 a_0 \sin\beta \sqrt{2gH} = Q \qquad (4)$$

Les 4 équations fondamentales qui servent au calcul d'une tur-

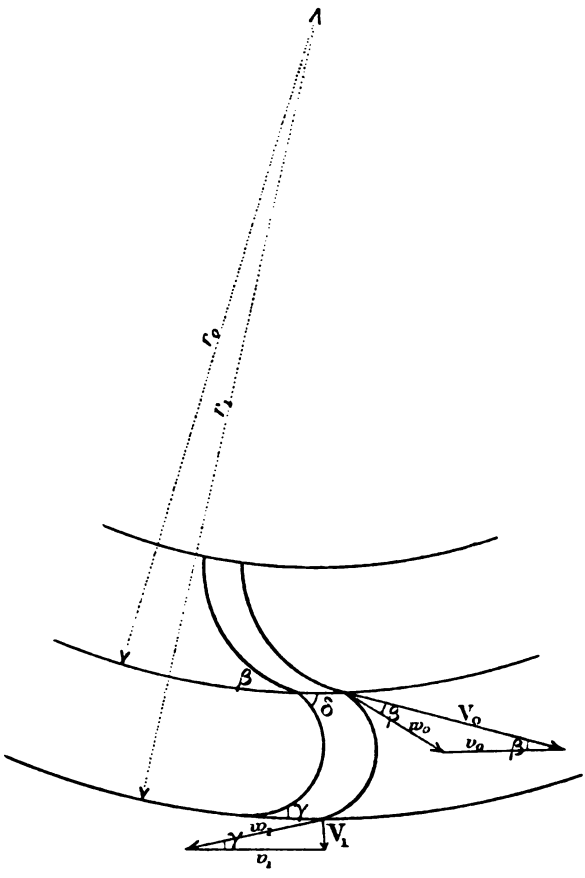


Fig. 71.

bine étant maintenant établies, passons à la recherche de l'expression du rendement théorique. Nous suivrons la méthode qui a été exposée à la page 56. On aura donc successivement les égalités suivantes :

$$V_1 = 2v_1 \sin\frac{\gamma}{2} = 2\,\mu v_0 \sin\frac{\gamma}{2} = 2\,\mu\,\frac{V_0}{2\cos\beta}\sin\frac{\gamma}{2}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{V_0^2 - \mu^2\,\dfrac{V_0^2}{\cos^2\beta}\sin^2\dfrac{\gamma}{2}}{V_0^2} = 1 - \mu^2\,\frac{\sin^2\dfrac{\gamma}{2}}{\cos^2\beta}$$

Si le rayon de la turbine devient très grand, $r_1 - r_0$ restant constant, le mouvement de rotation tend vers une translation et l'expression précédente prend la forme :

$$\mathfrak{R} = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta}$$

Or nous avons vu que les effets de la rotation de la turbine axiale peuvent être négligés, son mouvement étant comparable à une simple translation. La formule précédente doit donc s'appliquer à la turbine parallèle et en effet nous reconnaissons là l'expression de son rendement.

Du calcul précédent il résulte que le moteur centripète a un rendement théorique meilleur que le moteur centrifuge, μ étant < 1 dans le premier cas et > 1 dans le second.

La turbine centripète a été introduite par Francis aux États-Unis, un peu avant l'année 1850. Depuis lors les Américains ont toujours montré pour ce type une prédilection marquée.

L'Europe suit maintenant la voie tracée par les ingénieurs du Nouveau Monde.

Nous venons de dire un peu plus haut que presque tous les moteurs de grande puissance et de chutes moyennes installés récemment dans le bassin du Rhône sont du genre centripète, à réaction.

Si nous faisons subir aux quatre formules fondamentales trouvées ci-dessus les mêmes modifications qu'aux formules correspondantes de la turbine axiale, elles deviennent :

$$a_0 \sin \delta = \mu^2 a_1 \sin \gamma \qquad (1)$$

$$\delta = 2\beta \qquad (2)$$

$$2\pi r_0 \frac{N}{60} = \frac{0.95\sqrt{2gH}}{2\cos\beta} \qquad (3)$$

$$a_0 \left(2\pi r_0 \sin\beta - ne - n_1 e_1 \frac{\sin\beta}{\sin 2\beta}\right) \times 0{,}95\sqrt{2gH} > Q. \qquad (4)$$

Il y a lieu de remarquer que les formules (1) et (4) ne sont qu'approximatives. Les sections de passage du liquide mesurées directement sur le dessin fourniraient des résultats plus exacts. Nous indiquerons même, en traitant du tracé des aubes, une cor-

rection qui, d'après Francis, doit être appliquée à la section A_1 de sortie des turbines radiales noyées (p. 113).

Règles empiriques pour la construction des turbines radiales à impulsion. — La turbine axiale n'est qu'un cas limite de la turbine radiale. Aussi la plupart des règles pratiques formulées au sujet de la première s'appliquent, dans une certaine mesure, à la seconde.

Il est donc inutile de revenir sur ces indications. On peut toutefois ajouter les remarques suivantes :

Le rayon de la cuve du distributeur est déterminé par la condition que la vitesse de l'eau affluente ne dépasse pas 0,75 m. ou 1 mètre. Or, le rayon de la cuve n'est autre que celui de la couronne fixe.

La profondeur $r_1 - r_0$ de la couronne mobile est variable. Elle est prise généralement de 0,20 m. par les Américains.

On est un peu limité dans la détermination du rayon extérieur r_1 car le rendement de la turbine radiale est, on le sait, fonction de $\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2$.

Par contre le rapport $\frac{a_1}{a_0}$ des hauteurs de la roue mesurées à la sortie et à l'entrée, suivant la direction de l'axe de rotation, peut être pris égal à 3 et même à 4. Bien que la veine liquide ait dans la couronne mobile une forme divergente et que par suite les molécules extrêmes s'échappent en s'éloignant du plan de la trajectoire moyenne (plan perpendiculaire à l'axe), les vitesses d'entraînement sont ici égales sur toute la hauteur a_1, circonstance qui ne se présentait pas pour la turbine parallèle.

Tracé des aubes. — Les mêmes considérations sont applicables au tracé des aubes aussi bien dans le cas de la turbine radiale que dans celui de la turbine parallèle. L'arc de cercle paraît, pour les deux types, le profil le plus rationnel qu'on puisse adopter. Lorsque la turbine radiale est à petite vitesse ($\beta < 30°$) et fonctionne noyée, on se trouve généralement amené à prolonger l'aube par une partie terminale de très grand rayon ou même rectiligne. Les extrémités de deux aubes consécutives, vers l'échappement,

sont ainsi rendues à peu près parallèles et l'évacuation suivant l'angle γ se trouve convenablement assurée. Cette indication est d'ailleurs identique à celle que nous avons donnée au sujet de la turbine axiale à petite vitesse.

Lorsqu'on n'adopte pas la précédente disposition, on peut faire deux hypothèses sur la façon dont l'eau s'échappe du récepteur : ou bien la veine abandonne la partie convexe de l'aube et suit la partie concave de l'aube voisine, phénomène semblable à celui

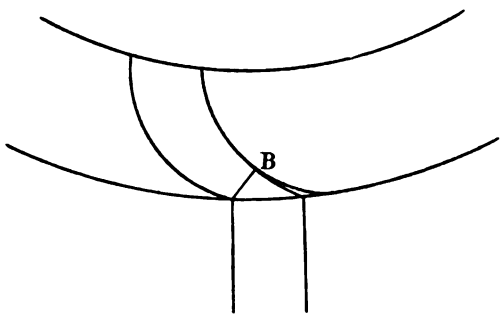


Fig. 72.

de la libre déviation, ou bien la nappe liquide sort, sous la forme d'un jet un peu divergent, guidée par les deux aubes qui la comprennent. Francis a constaté que la première hypothèse semble la plus vraisemblable. Il admet même une certaine convergence de la nappe et prend pour valeur de la section extrême le produit $0{,}9 \times AB$, AB étant la distance du bec de l'aube à l'aube précédente.

Les turbines à très haute chute ne sont, il va sans dire, jamais immergées. D'ailleurs ce cas est pour ainsi dire le seul où les turbines radiales à impulsion soient actuellement utilisées. Le récepteur hydraulique fonctionne alors à libre déviation et la lame d'eau s'étale, extrêmement mince, sur la concavité de l'aube. Dans ces conditions l'échappement suivant l'angle γ est parfaitement assuré, bien que les parties terminales de deux aubes consécutives puissent n'être nullement parallèles.

Le tracé géométrique de l'aube circulaire est assez facile. Le problème se réduit à trouver un cercle coupant deux cercles concentriques donnés sous des angles donnés 2β et γ.

Donnons-nous un des deux points d'intersection, A par exemple.

Dans la figure ci-jointe BD est la demi-corde de l'arc d'amplitude 4β, BD est donc connu.

Prenons $AC = BD$ et $CO_2 = O_1D$, on voit que, par raison de

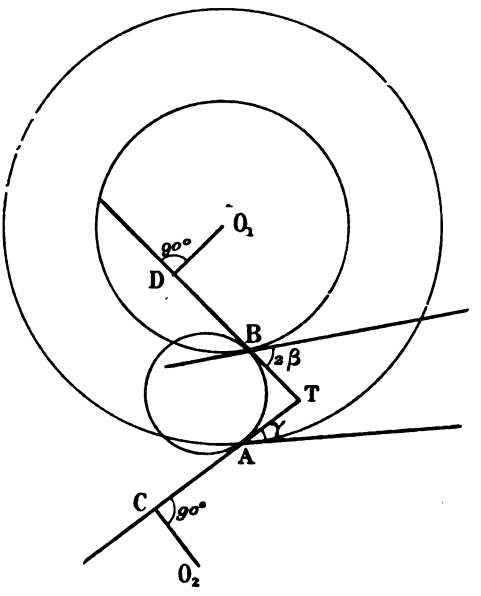


Fig. 73.

symétrie, O_1A, qui est connu, est égal à O_2B. Le point B peut donc être déterminé, etc.

Il est à remarquer, si l'aube de la turbine radiale se termine par un prolongement rectiligne, que la veine liquide, dans les environs de l'échappement, ne pousse plus théoriquement la roue. Dans le cas de la turbine axiale, l'eau contenue entre les prolongements rectilignes de deux aubes consécutives est, on l'a vu, théoriquement inactive. Elle y devient passive lorsque le moteur est de type radial. La turbine, dans la région périphérique, agit à la manière d'une pompe centrifuge. On peut s'en rendre compte de la manière suivante :

Considérons une molécule liquide isolée qui serait lancée dans la turbine comme une bille. La force qui produirait le déplacement

relatif de ce mobile sur la concavité de l'aube a pour valeur $\frac{m w^2}{\rho}$, ρ étant le rayon de l'aube. Elle est centripète.

Cette force F peut être considérée comme la résultante des trois suivantes (fig. 74) :

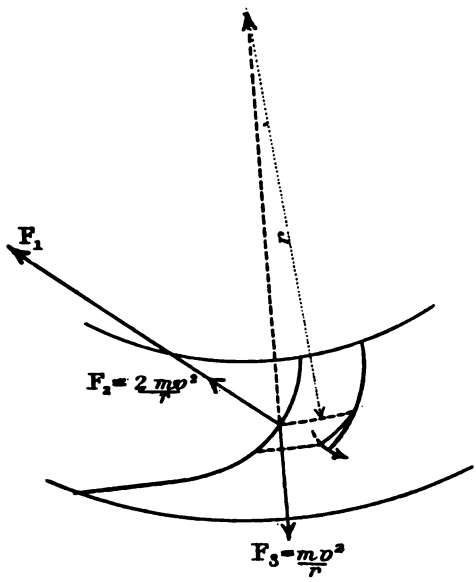


Fig. 74.

1° La pression de l'aube F_1 sur la molécule.

2° La force centrifuge composée F_2, laquelle a pour expression $2\,m\,\omega\,w$ ou $2\,m\,\frac{v^2}{r}$.

3° La force centrifuge F_3 du mouvement d'entraînement qui a pour valeur $m\frac{v^2}{r}$.

On peut voir sur la figure que l'accélération complémentaire est dirigée vers l'extérieur du cercle ρ; F_2, qui est proportionnelle à cette accélération et de sens inverse, est donc dirigée vers l'intérieur.

On a donc l'équation suivante :

$$\frac{mv^2}{\rho} = F_1 + 2m\,\frac{v^2}{r} + m\,\frac{v^2}{r}\cos\widehat{vw}.$$

On tire de là :

$$F_1 = \frac{mv^2}{\rho} - \frac{mv^2}{r}\,(2 + \cos\widehat{vw}).$$

Quand le mobile se déplace sur la partie circulaire de l'aube, ρ étant beaucoup plus petit que r, on peut dire que le second terme de l'expression qui précède a une importance négligeable vis-à-vis du premier. F_1 peut être considérée comme à peu près égal à $\frac{mv^2}{\rho}$. C'est d'ailleurs le résultat que nous avons trouvé dans le cas de la turbine parallèle. Au contraire, dès que le mobile atteint la partie plane qui termine l'aube, vers la sortie, ρ devient ∞ et F_1 est alors égal à :

$$-\frac{mv^2}{r}(2+\cos\widehat{vw}),$$

valeur négative. Au reste, la considération de la trajectoire absolue conduirait à une conclusion identique.

Nous avons pris dans la figure 75.

$$DE = EF \quad FG = GH \quad HI = IN, \quad \text{etc...}$$

admettant que w reste constamment égal à v, ce qui, à la vérité, ne se trouve réalisé que pour les sections extrêmes. Si le prolongement rectiligne de l'aube était supprimé, la trajectoire à l'échappement serait une droite PN inclinée de l'angle $\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}$ sur v_1 ; on peut voir que la trajectoire, lorsque le prolongement existe, est une ligne telle que NQ faisant un angle $\frac{\pi - \gamma}{2}$ avec les cercles concentriques successifs et située en avant de PN. La molécule a donc été poussée par l'aube.

Influence des variations de la vitesse sur le débit et sur le rendement de la turbine. — Que celle-ci soit radiale ou qu'elle soit axiale, cette influence n'est pas considérable. On doit s'attendre à voir baisser le rendement sitôt que la vitesse de la roue s'écarte de sa valeur normale. Mais il n'en est pas de même pour le débit du moteur centrifuge ; celui-ci augmente en effet quand la vitesse s'accélère. Cherchons une limite de sa valeur maxima et reprenons le calcul exposé à ce sujet dans le cas de la turbine axiale. Mais, au lieu du théorème des quantités de mouvement projetées, appliquons celui des moments des quantités de mouve-

ment. On arrive ainsi à l'équation (voir p. 74 et fig. 76):

$$r_1 V'_1 \cos\theta - r_0 V'_0 \cos\beta = 0.$$

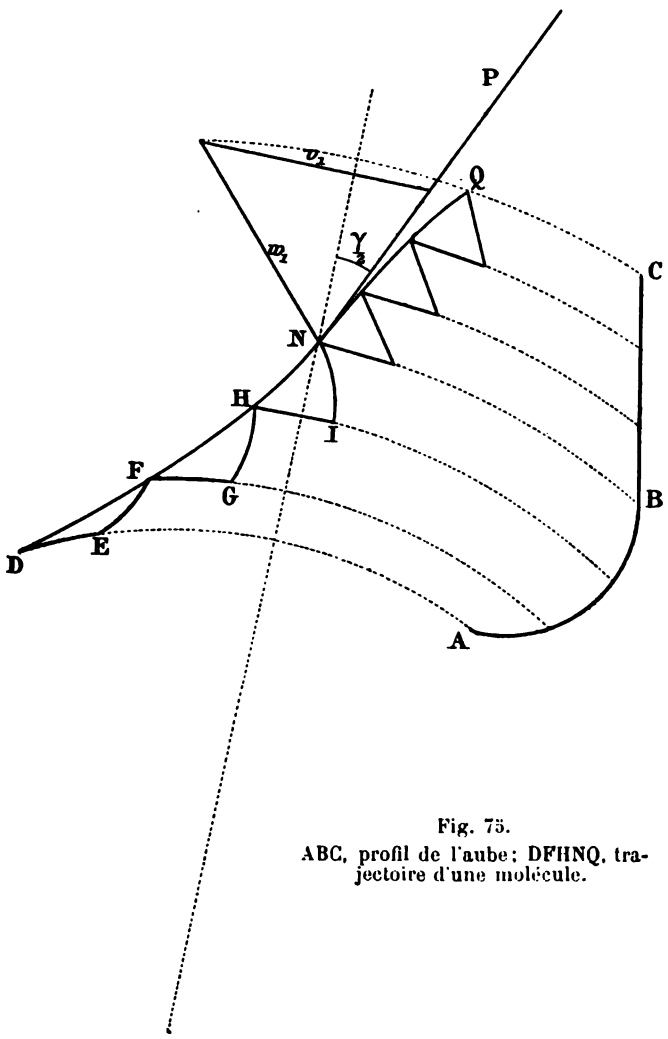


Fig. 75.
ABC, profil de l'aube; DFHNQ, trajectoire d'une molécule.

Elle fournit une limite de la vitesse de sortie du distributeur lorsque la roue tourne « à vide ».

On en tire :

$$V'_0 = V'_1 \frac{\cos\theta}{\cos\beta} \times \frac{r_1}{r_0},$$

équation dans laquelle cos θ a une valeur inconnue mais inférieure à l'unité et où V_1' reste plus petit que $\sqrt{2g\,H}$.

L'expression de V'_0 n'est autre que celle que nous avons trouvée dans le cas de la turbine axiale multipliée par le rapport $\frac{r_1}{r_0}$. On constate en effet généralement que le débit d'une turbine centri-

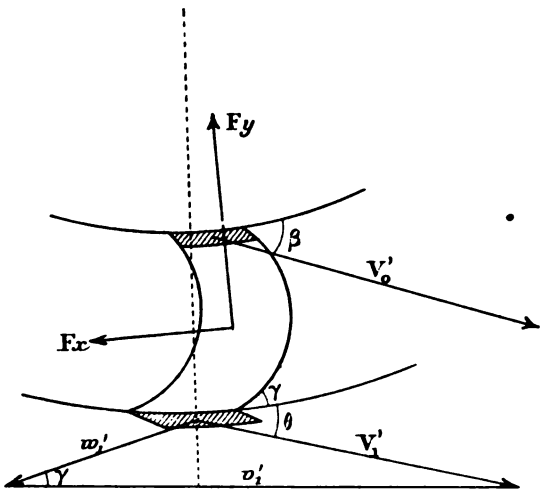


Fig. 76.

fuge tend, ainsi qu'il vient d'être dit, à augmenter lorsque la vitesse de la roue subit un accroissement. Cette circonstance est fâcheuse.

Vitesse maxima de la turbine. — Opérant ici encore comme nous l'avons fait dans le cas de la turbine parallèle, nous reprendrons l'équation de la page précédente:

$$r_1\,V'_1 \cos\theta - r_0\,V'_0 \cos\beta = 0$$

qu'on peut écrire :

$$r_1\,(v'_1 - w'_1 \cos\gamma) = r_0\,V'_0 \cos\beta.$$

Or, d'après ce qu'on vient de voir, Q' débit, w'_1 vitesse relative de sortie et V'_0 vitesse de sortie du distributeur sont ici supérieurs aux quantités correspondantes Q, w_1, V_0 afférentes à la marche normale. Il viendra donc en remplaçant dans l'égalité

précédente w'_1 par v_1 et V_0' par $\frac{2\,v_1 \cos\beta}{\mu}$;

$$v'_1 > v_1 \left(\cos\gamma + 2\,\frac{\cos^2\beta}{\mu^2}\right)$$

Appliquons cette formule à un exemple. Prenons :

$$\beta = 25^\circ\ \gamma = 20^\circ\ \mu = \frac{r_1}{r_0} = \frac{1{,}25\ \text{m.}}{1\ \text{m}}\,.$$

Il vient :

$$v'_1 > v_1 \times 1{,}94.$$

La vitesse v_1' d'une turbine centrifuge tournant « à vide » dépasse un peu le double de la vitesse normale v_1 de la roue.

Efforts exercés par le liquide sur la turbine. — La considération du couple moteur nous fournira, comme précédemment, la valeur de l'effort tangentiel (voir p. 82).

Il vient (fig. 77) :

$$X = \frac{\mathcal{R}QH}{v} = \frac{\mathcal{R}\mathfrak{Q}}{v} = \frac{\mathcal{R}\mathfrak{Q}}{\sqrt{2gH}}\,2\cos\beta\,\frac{2r_0}{r_0 + r_1}\,.$$

La valeur de v n'est pas ici nettement déterminée car nous ne connaissons pas le point d'application de la résultante des poussées exercées sur deux aubes consécutives par la lame d'eau qu'elles comprennent. Nous savons seulement que v est compris entre v_0 et v_1. En adoptant la moyenne de ces valeurs limites on obtiendra un résultat suffisamment approché.

Cherchons maintenant l'expression de la poussée exercée par le liquide sur l'aube, dans le sens du rayon.

Admettons que les rayons qui aboutissent aux extrémités de l'aube fassent entre eux un angle ψ négligeable. Projetons sur le rayon les quantités de mouvement de la masse liquide comprise entre les deux aubes consécutives, il vient (fig. 77) :

$$m\,dt\ (\text{proj. } V_1 - \text{proj. } V_0) = Y'dt,$$

l'axe du moteur étant supposé vertical[1]. L'équation peut être transformée en la suivante :

$$-Y' = m\,(w_0 \sin 2\beta - w_1 \sin\gamma) = m v_0\,(\sin 2\beta - \mu \sin\gamma)$$

$$-Y' = m\,\frac{V_0}{2\cos\beta}\,(\sin 2\beta - \mu \sin\gamma)$$

[1] Nous supposons ici la pression atmosphérique nulle. Cette manière d'envisager

m représente ici la masse d'eau écoulée entre deux aubes pendant une seconde et Y′ la résultante radiale des actions exercées par ces deux aubes sur la veine. Supposons que l'alimentation soit

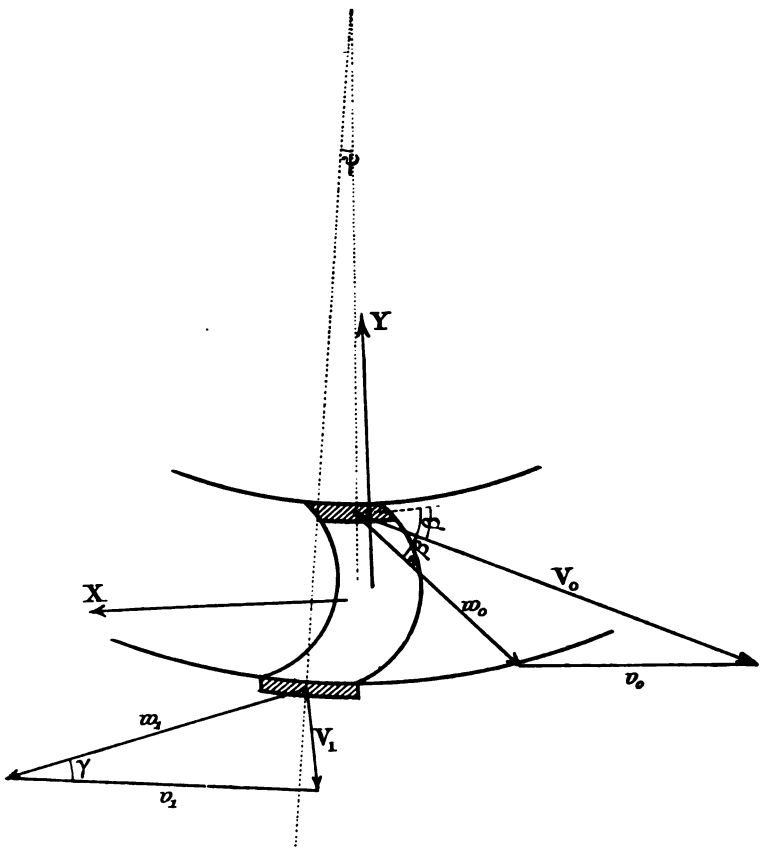


Fig. 77.

partielle et ne se fasse que sur un arc d'amplitude ξ. La résultante des forces — Y′, uniformément réparties sur celui-ci, sera à la somme arithmétique de ces forces comme la corde de l'arc ξ est à cet arc. (Voir l'épure ci-contre de statique graphique.) (Fig. 78.)

Appelons M la masse d'eau injectée par seconde dans la turbine

la question nous épargne des explications sans grand intérêt, telles que celles qui ont été fournies à la page 84.

et Y l'effort radial résultant exercé sur la roue. Il vient :

$$Y = \frac{MV_0}{2\cos\beta}(\sin 2\beta - \mu \sin\gamma)\frac{2\sin\frac{\xi}{2}}{\xi}$$

$$Y = \frac{MV_0^2}{2V_0\cos\beta}(\sin 2\beta - \mu \sin\gamma)\frac{2\sin\frac{\xi}{2}}{\xi}$$

$$Y = \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}\cos\beta}(\sin 2\beta - \mu \sin\gamma)\frac{2\sin\frac{\xi}{2}}{\xi}.$$

Emploi des turbines radiales à impulsion. — Le moteur radial à impulsion n'est plus employé, à l'heure présente, que dans un

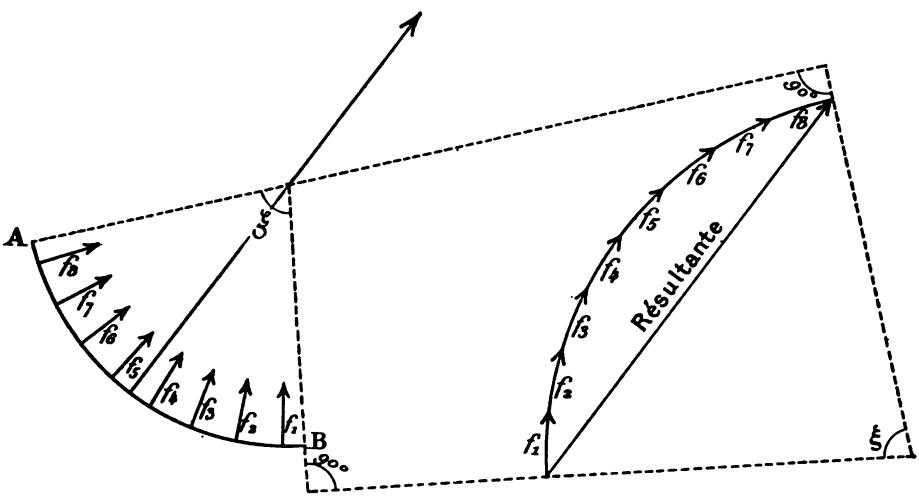


Fig. 78.

Construction de la résultante des forces uniformément réparties sur le segment AB. A la limite

$$\frac{\text{Résult.}\,(f_1 + f_2 + f_3 + \ldots)}{\Sigma\,(f_1 + f_2 + f_3 + \ldots)} = \frac{\text{corde}\,\xi}{\text{arc}\,\xi} = \frac{2\sin\frac{\xi}{2}}{\xi}$$

seul cas, mais ce cas est celui où la turbine se montre le plus digne de fixer l'attention : Dans toutes les installations destinées à utiliser une très haute chute, c'est invariablement le moteur radial à libre déviation qu'on retrouve et l'on peut dire que ce genre de roue reste le récepteur par excellence de l'énergie emmagasinée dans la houille blanche.

Détails de construction des turbines radiales à impulsion. — Le vannage des premières turbines Fourneyron consistait en un cylindre de fonte qui s'abaissait entre la couronne fixe et la couronne mobile, masquant ainsi d'une même quantité tous les orifices de la roue. Nous connaissons les inconvénients de cette disposition : la lame liquide subit une contraction suivie d'un épanouissement tumultueux (fig. 80).

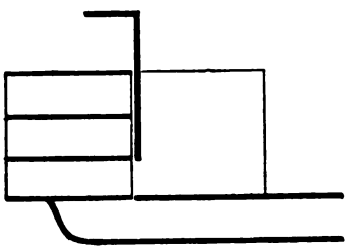


Fig. 79.

On atténua ce fâcheux effet en sectionnant la turbine au moyen de deux diaphragmes perpendiculaires à l'axe. Le moteur était alors en réalité formé de trois turbines élémentaires superposées. Quand le registre cylindrique masquait le tiers ou les deux tiers de l'orifice, le rendement restait invariable. Pour des positions intermédiaires l'inconvénient subsistait, quoique à un moindre degré.

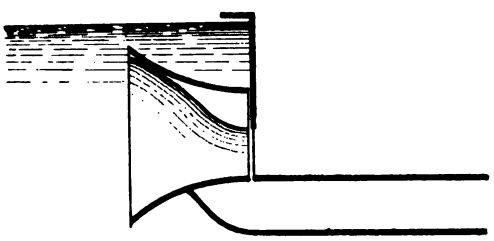


Fig. 80.

On parvint à fermer un certain nombre d'orifices, tout en laissant les autres entièrement ouverts, par l'emploi d'un tiroir cylindrique qui glissait circulairement entre les deux couronnes. Mais alors on se heurtait à l'inconvénient que nous avons noté au sujet du papillon différentiel de la turbine axiale : Le vannage était formé de deux tiroirs circulaires diamétralement opposés. Lors donc que la turbine fonctionnait à plein débit et que le vannage restait sans emploi, celui-ci n'en couvrait pas moins la moitié de la circonférence.

Pour remédier à l'inconvénient d'une turbine extrêmement volumineuse qu'entraînait cette disposition, on imagina d'alimen-

ter la roue par deux distributeurs superposés, un quart de circonférence inutilisée de l'un surmontant un quart de circonférence utile de l'autre et réciproquement.

Les canaux du distributeur devaient être alors infléchis vers le haut ou vers le bas pour déboucher dans la tubine, celle-ci occupant une position intermédiaire entre les deux couronnes fixes.

Ces complications fournissent l'explication de la préférence qu'on accorda aux turbines Fontaine.

Les difficultés relatives au vannage des moteurs radiaux disparaissent quand le débit devient très faible, car le distributeur est alors réduit à un injecteur formé de quelques aubes et l'alimentation ne se fait plus que sur une faible portion de la circonférence. La turbine Canson employée souvent dans le cas de hautes chutes est une turbine centrifuge à axe horizontal. L'injecteur se trouve placé à la partie basse de la couronne mobile et un tiroir circulaire glissant dans un presse-étoupe permet de règler le débit. Le moteur tout entier est recouvert par une bâche de tôle.

Lorsqu'il s'agit d'utiliser une chute considérable, de plusieurs centaines de mètres, par exemple, l'injecteur est constitué par une sorte de lance d'eau. Le réglage peut être obtenu soit par un doigt placé sur le jet ainsi qu'il a été dit à la page 100, soit par un pointeau à vis qui s'engage au centre du jet à l'intérieur de la tuyère. Les turbines de M. Bergès, à Lancey (Isère), ont un grand diamètre (4 mètres) et bien que la charge soit de 500 mètres, la vitesse circonférentielle n'atteint pas une valeur élevée (200 tours). A l'usine électrique du lac Tanay, au contraire, le diamètre des roues n'est que de 1,20 m. Comme elles tournent, sous la charge de 950 mètres, à raison de 1000 tours par minute, la vitesse, à la circonférence, n'est pas inférieure à 63 mètres par seconde. Aussi a-t-on dû, pour parer aux effets de l'inertie, adopter comme roue, non plus une couronne, mais un simple disque de fonte sur lequel font saillies des palettes courbes formant aubes. Le canal où travaille la veine liquide n'est donc limité que sur trois faces et reste ouvert sur celle qui est opposée au disque. Cette description sera d'ailleurs complétée plus loin. (Turbine Duvillard, p. 174).

Les turbines radiales à libre déviation, à axe horizontal, qui ont été construites en France pour de très hautes chutes sont de type centrifuge. L'adoption de cette disposition presque défectueuse ne peut guère s'expliquer que par l'habitude un peu routinière qu'on a prise, chez nous, du moteur Fourneyron.

CHAPITRE III

TURBINES A RÉACTION

Définition. — Les turbines à réaction se distinguent des turbines à impulsion en ce que la pression du liquide, lors de son admission dans la roue, est différente de celle qui règne extérieurement dans le voisinage de ce récepteur. Cette pression intérieure peut être d'ailleurs supérieure ou inférieure à la pression extérieure. Dans le premier cas ses effets dynamiques s'ajoutent à ceux de la force vive, dans le second, qui est au reste assez rare, ils s'en déduisent. Les turbines à impulsion forment la transition entre ces deux genres de moteurs; la molécule liquide agit alors comme si elle était isolée, par sa seule force vive.

Les anciennes turbines françaises étaient toutes à impulsion. Nos constructeurs redoutaient fort en effet les écoulements de liquide qui pouvaient s'effectuer par le joint des deux couronnes. Ces craintes étaient exagérées ; d'après les expériences de Meissner, la perte d'énergie provenant de ce fait serait de 4 ou 5 p. 100 de la puissance. Elle est d'ailleurs nulle dans les moteurs mixtes.

Le succès toujours croissant des turbines américaines a fini par imposer le type à réaction en Europe. Ainsi que nous avons eu l'occasion de le dire, à deux reprises déjà, toutes les turbines à grand débit installées dans ses puissantes usines récemment créées sur le Rhône ou sur ses tributaires rentrent dans la catégorie des moteurs à réaction. Au reste l'Allemagne et la Suisse nous avaient depuis longtemps précédés dans cette voie.

Formules. — L'étude détaillée que nous avons faite des diverses variétés de turbines à impulsion rendrait sans doute désormais superflus des calculs semblables pour chacun des genres

de moteurs à réaction. Aussi nous contenterons-nous d'envisager seulement ici le cas du fonctionnement radial. D'ailleurs les formules auxquelles nous serons conduit s'appliqueront au type axial, à la condition de leur faire subir quelques légères simplifications.

Considérons donc la nappe liquide comprise entre deux aubes mobiles. Appliquons le théorème des moments des quantités de

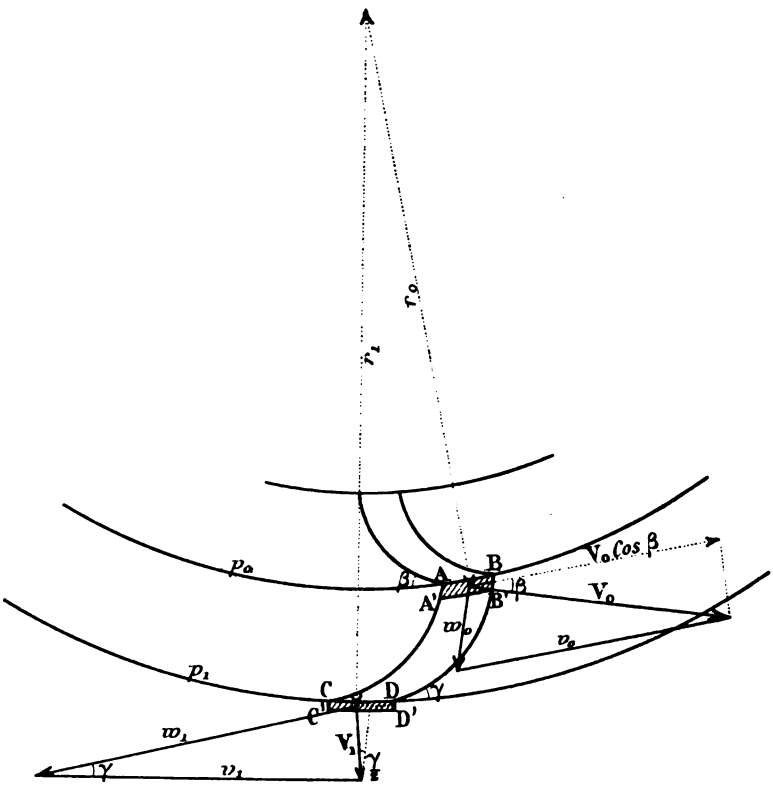


Fig. 81.

mouvement, pendant un temps infiniment court à cette masse fluide et admettons comme précédemment qu'on s'impose la condition $w_1 = v_1$ qui correspond à une vitesse résiduelle à peu près minima. La nappe liquide passe de la position ABCD à la position A'B'C'D' et les parties communes aux deux masses n'interviennent pas dans la différence des quantités de mouvement.

On trouve dès lors l'équation suivante, en prenant comme sens

positif des moments le sens opposé à la rotation de la turbine :

$$mdt\left(-V_1 r_1 \sin\frac{\gamma}{2} + V_0 r_0 \cos\beta\right) = Frdt$$

Nous appelons m la masse d'eau écoulée en une seconde par l'orifice considéré et Fr le moment des actions qu'exercent deux aubes consécutives sur la nappe liquide qu'elles comprennent.

Soit ω la vitesse angulaire du moteur, multiplions les deux

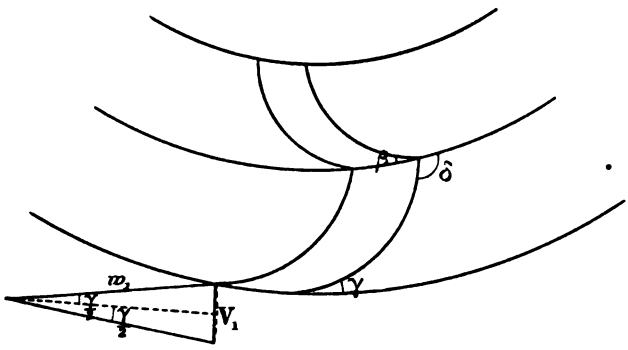


Fig. 82.

membres de l'égalité par cette quantité et remplaçons V_1 par l'expression $2\,v_1 \sin\frac{\gamma}{2}$, laquelle suppose $w_1 = v_1$, (p. 53, note) il vient :

$$m\,V_0\,\omega r_0 \cos\beta - m\,2v_1 \sin^2\frac{\gamma}{2}\,\omega r_1 = Fr\omega$$

ou

$$m\,V_0\,v_0 \cos\beta - m\,2v_1^2 \sin^2\frac{\gamma}{2} = Fv$$

Etendons l'équation à tous les aubages utiles; il suffira de convenir que m désignera désormais la masse d'eau totale débitée par la turbine. Fv représentera alors le travail absorbé par la roue en une seconde. Mais celui-ci est égal évidemment à la force vive disponible diminuée de la force vive résiduelle, c'est-à-dire à $mg\,H - \frac{m4v_1^2 \sin^2\frac{\gamma}{2}}{2}$. Remplaçant le second membre de l'équation par cette expression, on trouve finalement :

$$V_0\,v_0 \cos\beta = gH.$$

Exprimons v_0 en fonction de V_0 et l'équation ne contiendra que cette

inconnue. Or la continuité fournit immédiatement les relations :

$$V_0 A_0 = w_1 A_1 = v_1 A_1 = Q, \text{ mais } \frac{v_0}{r_0} = \frac{v_1}{r_1}.$$

On tire de ces égalités :

$$v_0 = V_0 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1}$$

Finalement il vient pour la valeur de V_0 :

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{2 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \cos \beta}}$$

Posons :

$$R = 2 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \cos \beta,$$

l'égalité précédente pourra se mettre sous la forme

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{R}}$$

On voit que $\frac{H}{R}$ est la charge sous laquelle l'eau s'écoule du distributeur.

La valeur de p_0, pression à l'entrée de la turbine, se déduit aisément de cette charge.

Appelons p_1 la pression à la sortie de la roue, p_a la pression atmosphérique.

Si la turbine est logée dans un tube de succion, la charge produisant l'écoulement dans la turbine aura pour expression (fig. 83) :

$$p_a + H' - p_0.$$

Mais

$$p_1 + H'' = p_a,$$

H' étant la hauteur de la colonne liquide qui surmonte la turbine et H'' celle de la colonne comprise entre la turbine et le niveau d'aval.

La charge qui produit l'écoulement dans la couronne mobile, que nous savons déja égale à $\frac{H}{R}$, a donc aussi pour expression :

$$p_1 + H'' + H' - p_0 \quad \text{ou} \quad H - (p_0 - p_1)$$

On tire de là :

$$p_0 - p_1 = H - \frac{H}{R} = H \left(1 - \frac{1}{R}\right)$$

S'il n'existait pas de tube de succion et si l'évacuation avait lieu à l'air libre, on aurait : $H'' = 0$, $p_1 = p_a$ et par suite

$$p_0 - p_a = H\left(1 - \frac{1}{R}\right).$$

Dans l'hypothèse de la turbine à impulsion, $R = 1$. On peut donc considérer que R fournit une mesure de la réaction.

Aussi nous nous sommes cru autorisé à désigner cette valeur sous la dénomination de coefficient de réaction. Les Américains appellent souvent ainsi le rapport $\frac{A_0}{A_1}$ des sections de sortie des deux couronnes.

Certes cette donnée entre pour une part considérable dans la valeur de la contre-pression, au distributeur, mais la dénomination n'en est pas moins vicieuse car elle tend à faire supposer que la réaction dépend d'une cause unique, alors que réellement elle se trouve être fonction à la fois de $\frac{A_0}{A_1}$ de $\frac{r_0}{r_1}$ et de β.

La valeur de V_0 une fois trouvée, toutes les autres inconnues du problème s'en déduisent assez aisément.

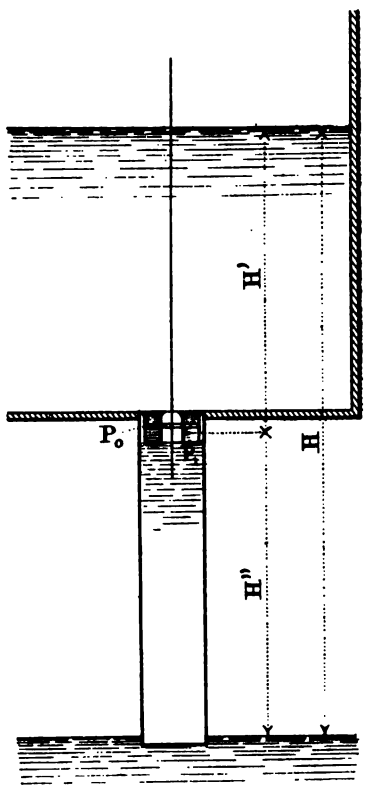


Fig. 83.

Nous avons vu que v_0 peut être exprimée en fonction de V_0. Nous aurons ainsi :

$$v_0 = V_0 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} = \frac{\sqrt{2gHR}}{2 \cos \beta}$$

Cherchons maintenant l'expression de δ, angle des vitesses v_0 et w_0. Si l'on suppose que l'eau entre sans choc, c'est-à-dire tangentiellement à l'aube mobile, le triangle des vitesses à l'admis-

sion V_0, v_0, w_0 fournit la relation (fig. 84) :

$$V_0 \sin \beta = (v_0 - V_0 \cos \beta) \operatorname{tg} (\pi - \delta)$$

Remplaçons ici v_0 par $\frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} V_0$, valeur trouvée plus haut (p. 128, l. 4), il vient :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - R}$$

Le triangle des vitesses d'entrée fournit l'égalité

$$w_0^2 = V_0^2 + v_0^2 - 2V_0 v_0 \cos \beta$$

qui devient, quand on y remplace V_0 et v_0 par les valeurs trouvées plus haut :

$$w_0 = \sqrt{2g \frac{H}{R} \left(1 + \frac{R^2}{4 \cos^2 \beta} - R\right)}$$

On voit que δ est indépendant de la chute H. Si donc une tur-

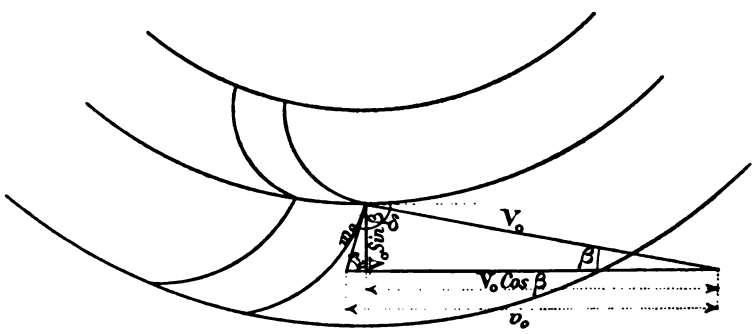


Fig. 84.

bine, placée sous une certaine chute satisfait à la condition d'entrée sans choc, il en sera de même lorsqu'on fera varier cette donnée H, pourvu, il va sans dire, que la nouvelle vitesse du moteur soit choisie de façon que w_1 reste égal à v_1.

Comme nous l'avons fait pour la turbine à impulsion, groupons les quatre formules nécessaires au calcul d'un moteur à réaction qui serait en projet. Il vient :

$$R = \frac{2r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \cos \beta \qquad (1)$$

valeur du coefficient de réaction

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - R} \tag{2}$$

condition relative à l'entrée de l'eau sans choc dans la roue.

$$N \frac{2\pi r_0}{60} = \frac{\sqrt{2gHR}}{2 \cos \beta} \tag{3}$$

condition pour que la vitesse résiduelle soit à peu près minima.

$$Q = A_0 \sqrt{2g \frac{H}{R}} \tag{4}$$

condition pour que la turbine absorbe tout le débit du cours d'eau.

Ces formules négligent les pertes de charge qui se manifestent dans la couronne mobile, nous en tiendrons compte un peu plus loin.

Si au lieu d'admettre l'hypothèse $v_1 = w_1$ comme point de départ de tous les calculs qui précèdent, on suppose que la vitesse V_1 est normale à la vitesse d'entraînement v_1, (condition qui correspond réellement au minimum de V_1) on tombe sur l'expression suivante de R :

$$R = 2 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \cos \beta \cos \gamma + \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2 \sin^2 \gamma$$

Prenons, par exemple, le cas d'une turbine axiale caractérisée par les données :

$$\beta = \gamma = 20^\circ \qquad \frac{A_0}{A_1} = 1$$

qui sont très usuelles, et calculons la valeur de R par les deux méthodes. On trouve successivement, r_0 étant égal à r_1 :

$$R = 1.883$$

et

$$R = 1.879$$

On voit que l'écart entre les résultats est insignifiant[1]. Ainsi que

[1] Si $\frac{A_0}{A_1}$ recevait des valeurs plus grandes que l'unité, l'écart entre les résultats donnés par les deux formules serait plus considérable. Par exemple, pour $\frac{A_0}{A_1} = 1,5$ 1 vient successivement $R = 2.82$, $R = 2,90$. Dans la pratique R n'atteint guère une valeur aussi élevée.

nous l'avons fait dans les calculs de la turbine à impulsion, nous adoptons l'hypothèse $v_1 = w_1$, en raison de la grande simplicité des formules qui en découlent :

Avant d'abandonner les quatre formules fondamentales, nous ferons une dernière remarque, bien que celle-ci ne présente qu'un intérêt secondaire et purement théorique.

La formule :

$$w_0 = V_0 \sqrt{1 + \frac{R^2}{4 \cos^2 \beta}} - R$$

pourrait fournir une nouvelle méthode de calcul de V_0. Appliquons en effet le théorème de Bernouilli au mouvement relatif de la masse liquide contenue dans l'aube, il vient :

$$\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} = p_0 - p_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

Introduisant dans cette égalité l'hypothèse $v_1 = w_1$ et remplaçant v_0 par :

$$V_0 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \text{ (p. 128, l. 4)}$$

ainsi que w_0 par :

$$V_0 \sqrt{1 + \frac{R^2}{4 \cos^2 \beta}} - R,$$

on trouve, les réductions une fois faites :

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{p_0 - p_1}{R - 1}$$

Mais on a vu (p. 128) que la charge qui produit l'écoulement au distributeur est aussi égale à $H - (p_0 - p_1)$. De l'équation :

$$H - (p_0 - p_1) = \frac{p_0 - p_1}{R - 1}$$

tirons $(p_0 - p_1)$ et portons cette valeur dans l'égalité :

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{p_0 - p_1}{R - 1}$$

que nous venons d'établir, il vient en définitive :

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{H}{R}$$

Pour en finir avec les formules relatives à la turbine à réaction,

il nous reste à mentionner une expression qui présente quelque utilité spéculative : c'est celle du rendement théorique.

Le rapport de l'énergie utilisée à l'énergie disponible peut être mis sous la forme :

$$\mathcal{R} = \frac{mgH - \frac{mV_1^2}{2}}{mgH}$$

Mais (page 127, ligne 8; p. 128, l. 2; p. 129, l. 30) :

$$\frac{V_1}{2} = v_1 \sin\frac{\gamma}{2} \quad \text{et} \quad v_1 = \frac{\sqrt{2gHR}}{2\cos\beta}\frac{r_1}{r_0}$$

On aura donc en définitive pour expression du rendement :

$$\mathcal{R} = 1 - \frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\beta}\frac{r_1^2}{r_0^2} \times R$$

Ce calcul (nous l'avons remarqué déjà en traitant des turbines à impulsion), ne tenant compte que de la force vive emportée par la vitesse résiduelle V_1, néglige les pertes d'énergie les plus importantes. Dans le cas, par exemple, d'une turbine axiale caractérisée par les données suivantes :

$$\beta = 25^\circ \qquad \gamma = 20^\circ \qquad R = 2,$$

la perte d'énergie théorique n'est que de 7,3 p. 100. Or Meissner est arrivé aux résultats que nous résumons dans le tableau qui suit, en ce qui touche les autres pertes :

Perte dans le distributeur et les aubes mobiles. .	de 10,5 à 14	p. 100
Perte due aux fuites qui se produisent par le joint.	4,5	—
Perte due aux résistances du mécanisme. . . .	de 2 à 4	—
Total des pertes détaillées ci-dessus	de 15 à 22	—

Lehmann, d'après des expériences, qui ont porté sur plus de trente turbines, a fourni les indications suivantes :

Pertes d'énergie dues aux résistances hydrauliques :

Turbine axiale.	Turbine centrif.	Turbine centrip.
12	14	10 p. 100

Pertes d'énergie dues aux résistances passives :

Turbine axiale.	Turbine centrif.	Turbine centrip.
3	2	2 p. 100

Totaux :

Turbine axiale.	Turbine centrif.	Turbine centrip.
15	16	12 p. 100

La perte d'énergie qui figure dans le rendement théorique ne représente donc que le tiers environ du déchet total. On voit combien cette expression est incomplète. En conséquence, écrire, comme on le fait quelquefois, que le rendement pratique est égal au rendement théorique multiplié par un certain coefficient réducteur, c'est attribuer l'effet de diverses causes indépendantes entre elles à une seule de celles-ci.

Vitesses de rotation correspondant à diverses chutes, pour une même turbine. — Turbines semblables. — Ces questions ont été traitées précédemment lorsqu'il s'est agi des turbines à impulsion. Les démonstrations et les conclusions que nous avons développées plus haut peuvent être reprises ici sans qu'il soit nécessaire d'y apporter la moindre modification.

Modifications à apporter aux quatre formules fondamentales pour les rendre applicables aux cas de la pratique. — Nous avons admis (p. 127) que l'énergie transmise à la roue était égale à la puissance disponible $mg\mathrm{H}$ diminuée de la force vive résiduelle, mais, en réalité, 12 p. 100 environ de l'énergie disponible QH échappent à la roue par les remous, par les frottements qui se produisent dans les deux couronnes, par les fuites du joint. Ce n'est donc pas à $mg\mathrm{H} - \frac{m\mathrm{V}_1^2}{2}$ qu'il faut égaler l'expression $m\mathrm{V}_0 v_0 \cos\beta - \frac{m\mathrm{V}_1^2}{2}$, mais à $mg\mathrm{H} \times 0{,}88 - \frac{m\mathrm{V}_1^2}{2}$, de sorte que la formule donnant V_0 devient :

$$\mathrm{V}_0 = \sqrt{\frac{0.88 \times 2g\mathrm{H}}{2\,\frac{r_0}{r_1}\,\frac{\mathrm{A}_0}{\mathrm{A}_1}\cos\beta}}$$

Nous estimons à 3 p. 100 la perte d'énergie par les résistances du mécanisme, à 6 p. 100 celle qui est relative à la vitesse résiduelle et nous adoptons ainsi un rendement industriel d'environ 80 p. 100 pour le moteur à réaction. C'est un résultat moyen, car certaines turbines mixtes ont un effet utile notablement supérieur à ce chiffre.

Les quatre équations dont nous ferons usage pour le calcul des roues à réaction en projet diffèrent de celles qui ont été données

précédemment en ce que H y est remplacé par 0,88 H puisqu'elles découlent de l'égalité $V_0 v_0 \cos \beta = 0{,}88\ gH$ que nous venons de substituer à $V_0 v_0 \cos \beta = gH$. Ces quatre formules prennent dès lors la forme suivante :

$$R = 2 \frac{r_0}{r_1} \frac{A_0}{A_1} \cos \beta \qquad (1)$$

$$Tg\ \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - R} \qquad (2)$$

$$N = \frac{\sqrt{2\,gHR \times 0{,}88}}{2 \cos \beta} \times \frac{60}{2\,\pi\, r_0} \qquad (3)$$

$$Q = A_0 \frac{\sqrt{2\,gH \times 0{,}88}}{R} \qquad (4)$$

Les formules précédentes, applicables à la turbine parallèle et à la turbine radiale peuvent être évidemment employées pour le calcul des moteurs mixtes.

Dans ce cas γ reste l'angle de la vitesse relative de sortie de l'eau w_1 et de la vitesse changée de sens de la roue, au point considéré. La détermination des données $r_0 r_1$ ne présente pas de difficultés pour une roue dont l'admission est nettement radiale et l'échappement nettement axial. Mais il n'en va plus de même quand l'évacuation participe des deux dispositions : tel est le cas de la turbine Hercule. On ne peut alors que recourir à d'assez vagues moyennes (voir p. 136).

Règles empiriques pour la construction des turbines à réaction. — On donne aux angles β et γ des valeurs qui varient de 15° à 25° environ, γ étant pris autant que possible plus petit que β (voir p. 72 et 73).

Le coefficient de réaction R reçoit des valeurs assez voisines de 2. Il reste généralement inférieur à 3 (voir p. 145).

L'épaisseur de la lame d'eau comprise entre deux aubes consécutives varie entre 4 et 9 centimètres, le plus souvent elle ne dépasse pas 6 centimètres.

Comme dans le cas de la turbine à impulsion, on adopte le nombre d'aubes minimum compatible avec une évacuation bien assurée sous l'angle γ et une déviation continue de la lame d'eau. Le nombre d'aubes fixes peut être pris à peu près égal à celui des aubes mobiles.

Le rapport $\frac{a_0}{r_0}$ varie de 0,5 à $\frac{1}{8,5}$ pour les turbines axiales, de $\frac{1}{1,2}$ à $\frac{1}{6}$ pour les turbines centripètes et de $\frac{1}{4,5}$ à $\frac{1}{8,5}$ pour les turbines centrifuges, les valeurs maxima correspondant à de faibles chutes et à de grands débits.

Les nombres qui viennent d'être cités s'entendent pour une valeur de β égale à 20° environ.

Si β devient plus considérable, les rapports minima doivent être encore diminués. Ils seront portés respectivement à $\frac{1}{12,5}$, $\frac{1}{9,5}$, $\frac{1}{12,5}$ par exemple pour $\beta = 30°$.

Les Américains font usage des formules suivantes :

$\sqrt{A_0} < r_0 < 2\sqrt{A_0}$, pour les turbines axiales,
$0,75\sqrt{A_0} < r_0 < 1,75\sqrt{A_0}$, pour les turbines centripètes,
$1,5\sqrt{A_0} < r_0 < 2\sqrt{A_0}$, pour les turbines centrifuges.

Ces inégalités conduisent à peu près aux valeurs que nous venons de donner pour le rapport $\frac{a_0}{r_0}$.

Ajoutons enfin à ces renseignements quelques données relatives aux autres dimensions des couronnes : la différence des rayons extérieur et intérieur est d'environ 0,20 m. pour la turbine radiale. Quant à la hauteur de la roue axiale, elle dépasse rarement 0,30 m. ; celle du distributeur est généralement peu différente.

Tracé des aubes. — On ne peut que répéter à ce sujet ce qui a été dit précédemment pour la turbine à impulsion. Mais nombre de moteurs à réaction appartiennent au type mixte. L'aube est alors très tourmentée et il devient impossible de la représenter au moyen d'un dessin. Bodmer[1] prend comme valeur du rapport $\frac{r_1}{r_0}$ la moyenne des quatre rapports qui correspondent aux points ABCD A'B'C'D' dans la figure ci-contre. L'angle γ sera généralement déterminé, d'une façon approximative, par un moyen semblable.

Encore doit-on ajouter que si l'on peut procéder à cette mesure approchée sur une turbine existante, elle devient absolument impossible lorsqu'on n'a à sa disposition que des dessins. Il est indispensable dès lors pour étudier un moteur mixte en projet de

[1] Hydraulic motors, 1889.

recourir à un modèle figurant la masse d'eau comprise entre deux aubes consécutives.

La discussion des valeurs de β et de γ, dans le cas de la turbine à réaction, conduirait à des conclusions identiques à celles que nous avons trouvées pour la turbine à impulsion, car l'expression du rendement théorique reste de même forme pour les deux types. Ajoutons que la simple considération de la formule

$$\mathcal{R} = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta} \frac{r_1^2}{r_0^2} R$$

permet de voir immédiatement que la turbine à réaction ne saurait

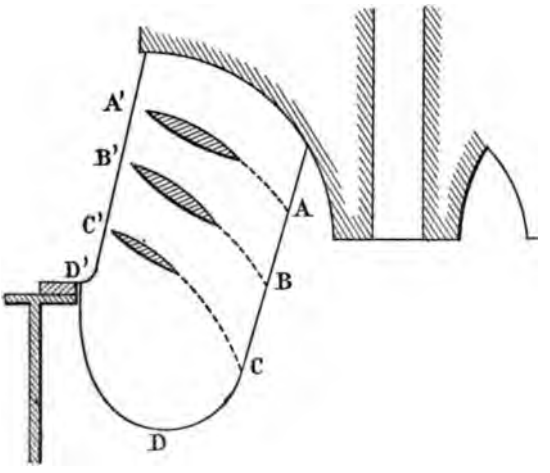


Fig. 85.

être à grande vitesse ; la perte d'énergie serait en effet inadmissible.

Influence des variations de la vitesse sur le débit et sur le rendement de la turbine à réaction. — Le raisonnement dont on a fait usage pour traiter la même question dans le cas des turbines à impulsion peut être appliqué ici sans aucune modification. Si l'on considérait, par exemple, le cas d'une turbine axiale à réaction, on trouverait comme limite supérieure de la vitesse V_0' d'écoulement au distributeur, quand la turbine tourne « à vide »

$$V'_0 < \sqrt{\frac{2gH}{R}} \sqrt{R} \frac{\cos \theta}{\cos \beta}.$$

Pour $\beta = 25°$ et $R = 2$, ce produit, quelle que soit d'ailleurs la valeur de θ, n'atteint pas :

$$1{,}5\sqrt{\frac{2gH}{R}}.$$

L'expérience, montre que pour une très forte réaction, V_0' est plus grand que la vitesse d'écoulement V_0 qui correspond au fonctionnement normal. Le débit augmente donc un peu quand la turbine tourne à sa plus grande vitesse. Par exemple il peut dépasser sa valeur normale d'un dixième pour $R = 3$.

Ce résultat s'accentue, on le conçoit, d'après ce qui a été dit précédemment, lorsque la roue est du type centrifuge; il est au contraire moins marqué pour la turbine centripète.

Une valeur du débit intéressante à connaître est encore celle qui correspond au cas de la turbine calée.

La vitesse relative de sortie de l'eau, en marche normale, a pour expression :

$$w_1 = v_1 = \sqrt{2gHR}\,\frac{1}{2\cos\beta}\,\frac{r_1}{r_0}.$$

Quand la turbine est calée, la vitesse w_1' de l'eau, à la sortie, serait égale à $\sqrt{2gH}$ si la veine ne subissait aucune perte de charge en traversant le distributeur et la turbine.

Supposons, pour fixer les idées, que le moteur soit de type axial et caractérisé par les données suivantes :

$$R = 2. \qquad \beta = 25°.$$

Le rapport $\frac{w_1'}{w_1}$ a pour valeur :

$$\frac{\sqrt{2gH}}{\dfrac{\sqrt{2gHR}}{2\cos\beta}} \leqq 1{,}3.$$

En réalité, par suite des pertes de charge qui se produisent, et dans le distributeur, et dans la couronne mobile, lorsque celle-ci est calée, le rapport des deux vitesses ne s'éloigne guère de l'unité.

Le débit de la turbine calée reste donc à peu près égal au débit normal.

Passons maintenant aux variations produites dans le rende-

ment par les modifications de la vitesse. Sur ce point l'expérience seule peut nous fournir des données. Or, on constate, au moyen d'essais au frein, que les conclusions formulées au sujet des turbines à impulsion restent vraies pour les moteurs à réaction. Si donc la vitesse de la roue ne s'écarte pas d'une façon trop notable de sa valeur normale, le rendement ne subit pas une réduction très marquée.

Vitesse maxima de la turbine à réaction. — Considérons le cas de la turbine axiale. L'équation des quantités de mouvement projetées, quand le moteur n'effectue aucun travail utile, se réduit à :

$$V'_0 \cos \beta = V'_1 \cos \theta = (v' - w'_1 \cos \gamma),$$

v' désignant ici la vitesse maxima de la roue (voir p. 75).

Or, on vient de voir que, dans ces conditions, le débit conserve à peu près sa valeur normale pour une valeur ordinaire de R, pour R = 2, par exemple. Il en sera de même de V_0' et de w'_1 puisque :

$$V'_0 = \frac{Q'}{A_0} \text{ et que } w'_1 = \frac{Q'}{A_1}.$$

Remplaçons donc V_0' par $\frac{2v \cos \beta}{R}$, expression trouvée précédemment (p. 129, ligne 30) et w'_1 par v, v étant ici la vitesse normale de la turbine. L'égalité précédente prend dès lors la forme suivante :

$$v' = v \left(\frac{2 \cos^2 \beta}{R} + \cos \gamma \right).$$

A vrai dire le signe = devra être remplacé par le signe > dans les cas, rares d'ailleurs, où R reçoit une valeur voisine de 3. Il sera au contraire remplacé par le signe < dans les circonstances normales (R = 2 par exemple).

Appliquons cette formule aux données suivantes :

$$R = 2 \qquad \beta = 25^\circ \qquad \gamma = 20^\circ$$

il vient :

$$v' < v \times 1{,}75.$$

Les turbines centrifuges ont généralement une vitesse maxima à peu près double de leur vitesse normale. Pour les moteurs cen-

tripètes et mixtes cette vitesse maxima est notablement réduite.

L'égalité précédente devient dans ces cas :

$$v'_1 \gtrless v_1 \left(\cos\gamma + \frac{2}{R}\,\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\beta\right),$$

le signe > s'appliquant aux roues centrifuges le signe < aux roues centripètes.

Efforts exercés par le liquide sur les aubes. — Pour fixer les idées, considérons le cas d'une turbine axiale caractérisée par les données suivantes qui rentrent bien dans les limites communément admises :

$$a_0 = a_1 \qquad \beta = 21^\circ\,30' \qquad \gamma = 20^\circ.$$

On en déduit :

$$R = 2\,\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cos\beta = \frac{\sin 2\beta}{\sin\gamma} = \frac{0{,}68}{0{,}34} = 2.$$

Appliquons le théorème des quantités de mouvement à la masse liquide comprise entre deux aubes consécutives pendant un intervalle de temps très petit. Prenons pour axe de projection la verticale, le sens positif étant pris vers le bas. Soit m la masse liquide écoulée par seconde, il vient (voir page 84 et fig. 56) :

$$m\,dt\left(V_1\cos\frac{\gamma}{2} - V_0\sin\beta\right) = \left(Y' + \frac{A_0}{\sin\beta}(p_0 - p_1) + P\right)dt$$

Y' désignant la résultante des pressions verticales exercées par les deux aubes, $\frac{A_0}{\sin\beta}$ la section horizontale de la veine liquide, P le poids d'eau contenue dans la veine. D'ailleurs on peut poser :

$$P = \frac{A_0}{\sin\beta}\,h.$$

Remplaçons V_1 par :

$$\sin\frac{\gamma}{2} \times \frac{\sqrt{2\,gHR}}{\cos\beta} \text{ (page 133, ligne 7)}$$

et V_0 par :

$$\sqrt{2g\,\frac{H}{R}}$$

Il vient en étendant l'équation à toute la masse liquide que contient la turbine et en appelant $\mathfrak{P}$ la puissance en kilogrammètres :

$$\frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2\,gH}\cos\beta}\left(\sqrt{R}\sin\gamma - \frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}}\right) - \frac{A_0}{\sin\beta}(p_0 + h - p_1) = Y'.$$

Mais $R = \frac{\sin 2\beta}{\sin \gamma}$, d'après les données, le premier terme de l'expression précédente est donc nul et Y′ égal à :

$$\frac{-A_0}{\sin \beta}(p_0 - p_1 + h).$$

Remplaçons A_0 par $\frac{Q}{V_0}$ et $p_0 - p_1$ par $H - \frac{H}{R}$, il vient (p. 128, ligne 29) :

$$Y' = -\frac{\mathfrak{P}(R-1)}{\sqrt{2gH}\sqrt{R}\sin\beta} - P = -\left[\frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}} \times 1{,}96 + P\right].$$

Une turbine noyée à impulsion ayant mêmes angles β et γ et même puissance $\mathfrak{P}$ que la précédente eût supporté seulement, de la part du liquide, une poussée verticale ayant pour expression.

$$Y = \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}} \frac{\sin 2\beta - \sin\gamma}{\cos\beta} = \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}} \times 0{,}366.$$

Enfin si la turbine était à libre déviation, il viendrait :

$$Y = \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{2gH}} \times 0{,}366 + P'$$

P′ étant le poids d'eau contenue dans la roue.

On voit que la turbine à réaction doit exercer sur son pivot un effort beaucoup plus considérable qu'une turbine à impulsion.

Si l'on voulait étendre cette étude au cas du moteur radial, on adopterait la même marche de calcul que plus haut (voir aussi p. 119 et fig. 77).

Supposons que les rayons aboutissant aux deux extrémités de l'aube fassent entre eux un angle négligeable et projetons les quantités de mouvement sur le rayon.

Il vient :

$$m\left(V_1 \cos\frac{\gamma}{2} - V_0 \sin\beta\right) = Y' + \frac{A_0}{\sin\beta}p_0 - \frac{A_1}{\sin\gamma}p_1.$$

(— Y′) est ici la poussée exercée par le liquide en mouvement, dans le sens radial.

Mais le liquide évacué, qui est à la pression p_1, exerce, lui aussi, une poussée sur l'extérieur de la roue et cette action combinée avec celle qui a pour expression $\frac{A_1}{\sin\gamma}p_1$ donne une résultante égale à $\frac{A_0}{\sin\beta}p_1$.

En définitive, l'effort exercé sur la turbine radiale à réaction, aura pour valeur.

$$Y = \frac{2 \sin \frac{\xi}{2}}{\xi} \left(\frac{\mathfrak{Q}}{\sqrt{2gH} \cos \beta} \left(\frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}} - \frac{r_1}{r_0} \sqrt{R} \sin \gamma \right) + \frac{A_0}{\sin \beta} (p_0 - p_1) \right)$$

ξ étant, comme précédemment, l'arc sur lequel se fait l'alimentation. Si l'on remplace $p_0 - p_1$ par $H - \frac{H}{R}$ et A_0 par $\frac{Q}{V_0}$ ou par $\frac{Q\sqrt{R}}{\sqrt{2gH}}$ il vient (page 128, ligne 29) :

$$Y = \frac{2 \sin \frac{\xi}{2}}{\xi} \left[\frac{1}{\cos \beta} \left(\frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}} - \frac{r_1}{r_0} \sqrt{R} \sin \gamma \right) + \frac{R - 1}{\sin \beta . \sqrt{R}} \right] \frac{\mathfrak{Q}}{\sqrt{2gH}}.$$

Ainsi qu'on a pu le voir dans le cas de la turbine axiale étudiée précédemment, le terme $\frac{1}{\cos \beta} \left(\frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}} - \frac{r_1}{r_0} \sqrt{R} \sin \gamma \right)$ aura généralement une valeur faible relativement à la fraction.

$$\frac{R - 1}{\sqrt{R} \sin \beta}.$$

Comparaison entre la turbine à impulsion et la turbine à réaction. — Emploi de cette dernière. — Étudions parallèlement deux turbines ayant mêmes angles β et γ et fonctionnant sous la même chute H, l'un des moteurs étant à réaction et l'autre à impulsion, Nous supposerons, pour simplifier la question qu'il s'agisse ici du type axial et que l'évacuation s'opère dans l'air.

La charge produisant l'écoulement, au distributeur, est H dans le cas de la turbine à libre déviation et seulement $\frac{H}{R}$ dans celui de la turbine à réaction. Il suit de là que la contre-pression p_0, à la sortie du distributeur est nulle pour le premier moteur et égale à $H - \frac{H}{R}$ pour le second.

Or, R varie ordinairement entre les valeurs et 2 et 3. La charge qui produit l'écoulement, au distributeur de la turbine à réaction sera donc comprise entre $\frac{H}{2}$ et $\frac{H}{3}$, la contre-pression p_0 entre $\frac{H}{2}$ et $\frac{2}{3}$ H.

On voit en outre que la vitesse V_0 de l'eau injectée dans la roue est égale à $\sqrt{2gH}$ dans le cas de la turbine à libre déviation et à

$\sqrt{\frac{2gH}{R}}$ pour celui du moteur à réaction. En pratique cette dernière valeur de V_0 variera entre $0,7\sqrt{2gH}$ et $0,6\sqrt{2gH}$ environ. On peut donc dire qu'elle reste à peu près égale aux deux tiers de $\sqrt{2gH}$. A l'inverse de ce que nous venons de voir pour V_0, la vitesse de l'eau d'évacuation V_1 est plus grande pour le type à réaction que pour le type à libre déviation.

La formule

$$V_1 = v.\,2\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\sqrt{2gH}}{\cos\beta}\sin\frac{\gamma}{2}\sqrt{R}\ \text{(p. 133, ligne 7)}$$

permet de vérifier ce résultat.

Le moteur à réaction se présente donc dans des conditions désavantageuses sous ce rapport. Mais nous avons vu qu'on ne doit pas attacher une trop grande importance à la valeur du rendement théorique (p. 133).

Si l'on considère maintenant les vitesses linéaires prises à la circonférence moyenne des deux turbines que nous comparons, on observera que le moteur à réaction est le plus rapide. Il suffit pour s'en rendre compte de se reporter à la formule.

$$v = \frac{\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}\sqrt{R}.\ \text{(p. 129, ligne 30)}$$

On peut prévoir, et nous le vérifierons dans les applications qui suivent, que la turbine à réaction fait un nombre de révolutions notablement plus considérable que la turbine à libre déviation (voir p. 192).

Les valeurs sans contredit les plus intéressantes à mettre en parallèle dans les deux cas sont celles des vitesses relatives w, car les pertes de charge dans la roue sont proportionnelles aux carrés de ces dernières. Or, nous allons montrer que w_0, vitesse relative de l'eau, à l'entrée de la turbine à réaction, est notablement plus faible que la vitesse correspondante de la turbine d'action. De même l'énergie, absorbée par les résistances du distributeur s'abaisse approximativement, dans le premier cas, à la moitié de ce qu'elle est dans le second. En effet $V_0^2 = \frac{2gH}{R}$. Or R reçoit une valeur égale ou supérieure à 2, pour la turbine à réaction et à 1 seulement pour le moteur à impulsion.

La réduction que subissent les vitesses w_0 et V_0, dans le cas de

la roue à réaction, fournit l'explication de la supériorité, jadis si opiniâtrément contestée en France, des turbines américaines sur nos anciens types. On doit se rappeler en effet que, dans le total des pertes d'énergie qui affectent le fonctionnement de la turbine, celles qui sont dues aux résistances hydrauliques figurent pour les deux tiers environ (p. 134, ligne 1).

Si l'on considère l'expression

$$w_0^2 = \frac{2gH}{R}\left(1 + \frac{R^2}{4\cos^2\beta} - R\right),$$

on voit qu'elle passe par un minimum en même temps que la suivante :

$$\frac{1}{R} + \frac{R}{4\cos^2\beta},$$

R étant considéré comme seule variable. Or le produit des deux termes de cette somme est constant. Le minimum correspondra donc à la valeur de R qui satisfait l'équation.

$$\frac{1}{R} = \frac{R}{4\cos^2\beta}$$

On tire de là :

$$R = 2\cos\beta.$$

Le minimum de w_0 a dès lors pour valeur :

$$2gH(\sec\beta - 1).$$

Dans le cas de la turbine à impulsion, on a trouvé que la vitesse relative w de l'eau est égale à :

$$\frac{\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}$$

Formons le rapport des carrés de w_0 et de w, il vient

$$\frac{w_0^2}{w^2} = \frac{2gH(\sec\beta - 1)}{\frac{2gH}{4\cos^2\beta}} = 4\cos\beta(1 - \cos\beta)$$

Pour $\beta = 25°$ par exemple, on peut voir que[1] :

$$\frac{w_0^2}{w^2} = 0{,}34.$$

On trouverait en somme, R étant alors égal à 1,81 :

$$w_0^2 = 2gH \times 0{,}10 \qquad w_1^2 = 2gH \times 0{,}55\ ;$$

[1] Pour $\beta = 15°$, on eût trouvé $\frac{w_0^2}{w^2} = 0{,}13$.

dans le cas de la turbine à impulsion il viendrait :

$$w^2 = 2gH \times 0{,}31,$$

à l'admission comme à l'échappement. A vrai dire, la moyenne de w^2_0 et de w_1^2 est à peu près égale à w^2, mais l'introduction de l'eau s'opère d'une façon bien moins tumultueuse pour le premier des deux moteurs.

Quoi qu'il en soit de la supériorité des turbines à réaction, on doit s'attendre à voir la meilleure utilisation de leur puissance correspondre à un degré de réaction judicieusement choisi. On peut dire à ce sujet que R est fonction de l'angle β. Il faudra donc observer, d'après ce qui vient d'être dit, entre ces deux données la concordance suivante :

β	0	15°	20°	25°	30°	60°
$R = 2 \cos \beta$ . . .	2	1,93	1,88	1,81	1,73	1,00

Il ressort de ce tableau que seule la turbine à grande vitesse devrait être à impulsion. Dans toutes les autres circonstances, la turbine à réaction s'impose. Nous faisons, il va sans dire, abstraction ici du cas où l'alimentation de la roue est restreinte à une fraction de la circonférence. L'avantage de la libre déviation s'affirme alors manifestement.

L'examen de l'expression du rendement théorique

$$\mathcal{R} = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta} R$$

montrerait d'ailleurs qu'à des valeurs élevées de R et de β correspond une perte de force vive considérable, à l'échappement. Ainsi donc, soit qu'on considère les pertes d'énergie provenant, de la vitesse résiduelle V_1, soit qu'on ait seulement égard aux frottements et aux remous, la conclusion reste la même : le coefficient de réaction R doit varier de la valeur 2 à la valeur 1 quand l'angle d'introduction de l'eau varie lui-même de 0° à 60°.

On a engagé d'interminables controverses au sujet de la supériorité ou de l'infériorité du type à impulsion sur le type à réaction. Il semble, d'après ce qui précède, que la question, posée d'une façon aussi générale, ne comporte pas de solution. Le

moteur à impulsion ne constitue pas un type qui se différencie d'une façon absolue du moteur à réaction, il se place au contraire dans la gamme formée par les variétés de ce dernier genre, quand on fait varier le coefficient R en-dessous puis en-dessus de l'unité.

La turbine d'action est appelée à recevoir des applications dans les deux ou trois cas spéciaux que nous venons de mentionner, mais il faut bien dire que son emploi tend à se restreindre chaque jour davantage. En superposant des couronnes centripètes, en effet, on serait arrivé à construire des turbines à réaction dont le rendement resterait invariable dès que la levée de la vanne est supérieure aux $\frac{4}{10}$ de la course totale. MM. Escher et Wyss de Zurich sont entrés les premiers dans cette voie en établissant pour Jonage et pour Chèvres leurs roues à trois étages, de rayon décroissant vers le haut. La turbine à libre déviation n'est donc plus le seul moteur approprié aux débits très variables et son emploi semble désormais limité à la seule exploitation des très hautes chutes.

Il faut bien dire en effet que la turbine à grande vitesse ne présente guère actuellement qu'un intérêt rétrospectif et purement théorique. Apparemment ce moteur n'est plus construit nulle part. Nous en avons toutefois fait mention car son emploi reste rationnel chaque fois que le débit est trop considérable pour permettre l'emploi de la turbine mixte et qu'aussi la puissance disponible demeure supérieure à la demande d'énergie.

Pour terminer cette discussion du coefficient de réaction, nous ajouterons que ce dernier peut recevoir, ainsi qu'on l'a vu déjà, des valeurs inférieures à l'unité. Elles correspondent à une aspiration de la turbine par le joint. Les turbines construites sur cette donnée présentent une vitesse résiduelle faible (détail de peu d'importance car la perte d'énergie correspondante n'est que de 6 p. 100 pour les moteurs à réaction normaux), mais par contre les pertes de charge dans les deux couronnes seront exagérées. De pareilles roues sont donc à rejeter en principe. D'ailleurs le fonctionnement ainsi prévu ne peut être réellement réalisé que si R ne s'éloigne guère de l'unité. En effet, dans ce cas, le canal compris entre deux aubes consécutives, très évasé vers la sortie, ne peut être rempli

par de l'eau active que si cet évasement ne dépasse pas certaines limites. Le fonctionnement à libre déviation confirme cette assertion.

Résumant à grands traits la précédente discussion, nous dirons : plus le degré de réaction est élevé, plus le nombre de tours N de la turbine, la pression p_0 à la sortie du distributeur et la vitesse résiduelle V_1 deviennent grands ; par contre, plus la vitesse d'injection V_0 diminue. Enfin à tout angle d'injection β donné correspond un certain coefficient de réaction assurant une vitesse relative w_0 minima et partant une perte de charge minima.

Cette dernière remarque ne doit pas, on le conçoit être érigée en règle rigoureuse. On peut citer des turbines dont le coefficient de réaction atteint une valeur voisine de 2,7 et qui pourtant ont un rendement supérieur à 75 p. 100. Les turbines de 1 250 chevaux de Jonage, par exemple, sont dans ce cas. De même les moteurs Hercule présentent un rendement de 87 p. 100 quoique leur coefficient de réaction s'élève à 2,6 environ.

Que faut-il penser maintenant des critiques qui ont été dirigées, parfois non sans quelque acrimonie, contre les turbines à réaction et en particulier contre les turbines mixtes dites américaines ? On leur reprochait de tourner plus vite que ne l'indique la théorie, de présenter un angle δ droit ou même obtus, alors que celui de nos bonnes turbines françaises n'atteignait qu'une valeur de 50 ou de 60°, d'avoir enfin « des formes auxquelles on n'était pas habitué en Europe et qui ne satisfaisaient nullement aux conditions théoriques. »

Par théorie les auteurs qui formulaient ces critiques entendaient, il va sans dire, celle qui avait cours en France, c'est-à-dire la théorie des turbines à impulsion.

Si les moteurs américains avaient pu se défendre, ils eussent répliqué qu'ils étaient eux aussi, régis par une théorie, assurément différente de l'ensemble de règles jadis établies par Burdin et par Fourneyron, mais tout aussi rigoureuse.

Ils auraient ajouté que, pour apprécier les turbines à réaction à leur juste valeur, leurs détracteurs n'avaient qu'à prendre la peine de les étudier de plus près et d'ajouter quelques formules nouvelles à leur arsenal d'équations canoniques, lequel n'eût pas d'ailleurs été bien surchargé par cette addition.

Un exemple suffira pour montrer combien étaient peu fondées les critiques formulées contre les moteurs à réaction.

Il s'agira ici de celle qui était relative à l'angle δ qu'on trouvait beaucoup trop ouvert.

Pour une turbine parallèle dont la réaction est caractérisée par la valeur 2 du coefficient R (chiffre assez communément adopté), cet angle est fourni par l'équation

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - R} = -\frac{1}{\operatorname{Tg} \beta}$$

Ainsi donc l'angle formé par les deux aubes, à l'entrée de la roue, est droit alors qu'il eût été très obtus et égal à $\pi - \beta$ dans le cas de la turbine à impulsion (fig. 86).

Divers types de turbines à réaction [1]. — Nous venons de voir que la turbine à réaction est rationnellement indiquée dans la géné-

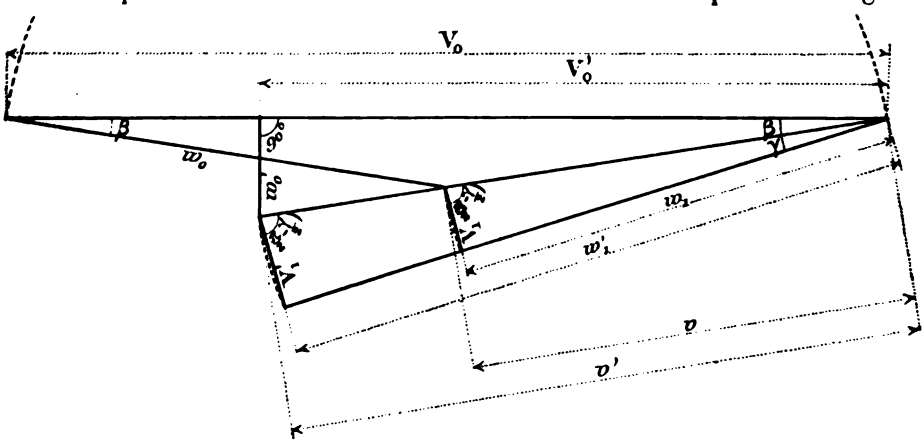


Fig. 86.

Comparaison entre une turbine parallèle à réaction (R = 2) et une turbine parallèle à impulsion. L'angle β est supposé très petit et égal à l'angle γ.

Turbine à impulsion.	Turbine à réaction.
$V_0 = \sqrt{2gH}$	$v' = V_0' = w_1' = 0{,}7\sqrt{2gH}$
$v = w_0 = w_1 = 0{,}5\sqrt{2gH}$	$V_1' = w_0' = 0{,}7\sqrt{2gH} \times \gamma$
$V_1 = 0{,}5\sqrt{2gH} \times \gamma$	$\delta' = \frac{\pi}{2} + \beta$
$\delta = 2\beta$	

ralité des cas et qu'il n'existe guère, en somme, qu'une circons-

[1] Les dessins des turbines appartenant aux grandes installations citées dans le cours de cet ouvrage, se trouvent presque tous dans l'album qu'a publié M. Buchetti des moteurs hydrauliques figurant à l'Exposition de 1900.

tance où le moteur à impulsion s'impose : c'est lorsque l'alimentation de la roue ne se fait que sur une fraction de la circonférence.

Les moteurs à réaction affectent les mêmes formes que les récepteurs à impulsion : ils peuvent être parallèles, centrifuges ou centripètes. Tous ces modèles se rencontrent en Amérique et commencent à se répandre sur notre continent.

Les turbines du Niagara sont centrifuges ; dix des moteurs de Chèvres présentent pareille disposition ; les cinq autres et ceux de Jonage sont centripètes ; les nouvelles turbines de Schaffhouse appartiennent au type axial ; l'usine de Champ est dotée de puissantes roues (1300 HP) du type mixte, etc.

Le moteur à réaction est toujours construit, en Amérique, pour fonctionner noyé. On le place dans un tube de succion qui peut être d'ailleurs rudimentaire : tel est le cas de la turbine Hercule.

A la vérité la turbine à réaction pourrait fort bien tourner dans l'air, lorsque de grandes réductions de débit sont à craindre. Mais l'abondance de l'eau aux États-Unis et au Canada dispense l'usinier de toute préoccupation de cette nature. L'heureux Américain, aussi bien dans le domaine de l'hydraulique que dans celui de l'économie domestique, ignore ces soucis d'épargne qu'une nature parcimonieuse impose à l'habitant du vieux Monde.

Il est un type de moteur à réaction qui, nous l'avons répété à bien des reprises, se généralise en France depuis une quinzaine d'années, c'est celui de la turbine mixte, dite aussi turbine américaine. On sait que dans ce moteur l'admission est radiale et l'échappement axial ou même à la fois radial et axial.

Les deux couronnes sont très élevées, mais le volume de l'ensemble n'en reste pas moins fort réduit, eu égard au volume d'eau débité.

Des lames planes, amincies vers l'entrée et la sortie de l'eau, constituent les aubes directrices, de telle sorte que le distributeur présente l'apparence d'une sorte de persienne cylindrique. La régularisation du débit s'obtient soit par le rabattement de ces guides les uns sur les autres, soit par l'abaissement d'un registre cylindrique entre les deux couronnes, disposition que nous avons déjà rencontrée dans la turbine Fourneyron.

Résultat assez singulier, le rendement maximum est réalisé pour la turbine Hercule, quand le vannage cylindrique est abaissé du cinquième de sa course, ce qui semble indiquer que la région supérieure de la roue est encore susceptible de perfectionnements.

On donne parfois pour cause à cette anomalie la difficulté d'écoulement que rencontrent les parties supérieures de la veine liquide.

L'inconvénient serait donc inévitable. Cette opinion est infirmée

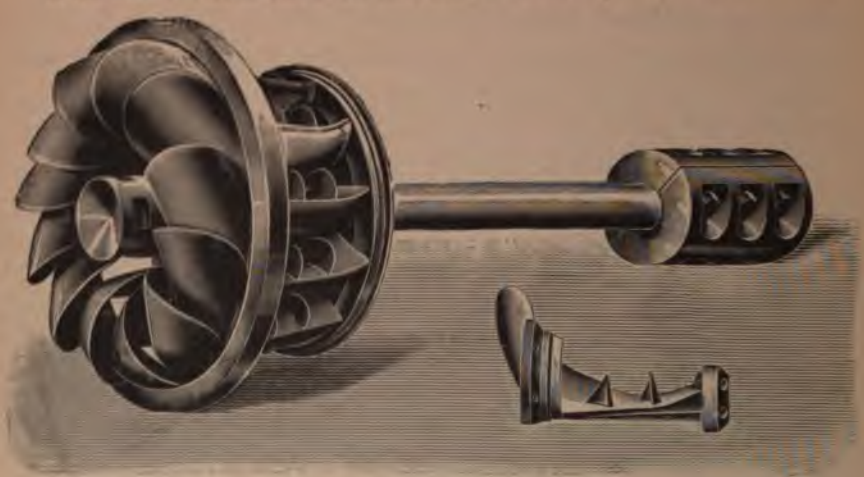


Fig. 87. — Vue d'une turbine assemblée, nouveau modèle Hercule breveté S. G. D. G., côté de la crapaudine.

par le fonctionnement de certains types mixtes dont le rendement croît constamment avec la levée de la vanne.

L'arbre moteur vient porter sur un bloc de gaïac que l'eau lubrifie. Certains constructeurs reportent maintenant le poids de la roue sur la partie supérieure du distributeur par l'intermédiaire de macarons de gaïac fixés dans ce dernier. D'autres enfin ont conservé le pivot aérien des anciennes turbines françaises.

On a dit souvent que le moteur américain n'exerce qu'un faible effort sur son support parce que la roue, peu pesante d'ailleurs, a une évacuation radiale ou en partie radiale. L'argument mérite quelques développements :

La force verticale qui sollicite l'ensemble des organes mobiles peut être décomposée en trois autres, savoir :

1° Le poids de cette masse ;

2° La poussée dirigée de haut en bas qu'exerce le liquide cantonné entre l'enveloppe et le dôme sur ce dernier (fig. 90) ;

3° La réaction dirigée de bas en haut, due au liquide en mouvement dans le moteur.

Soit r' le rayon du dôme. La poussée exercée sur cette partie de la turbine a pour expression $\pi r'^2 p_0$.

Passons maintenant à l'étude de la poussée exercée par le

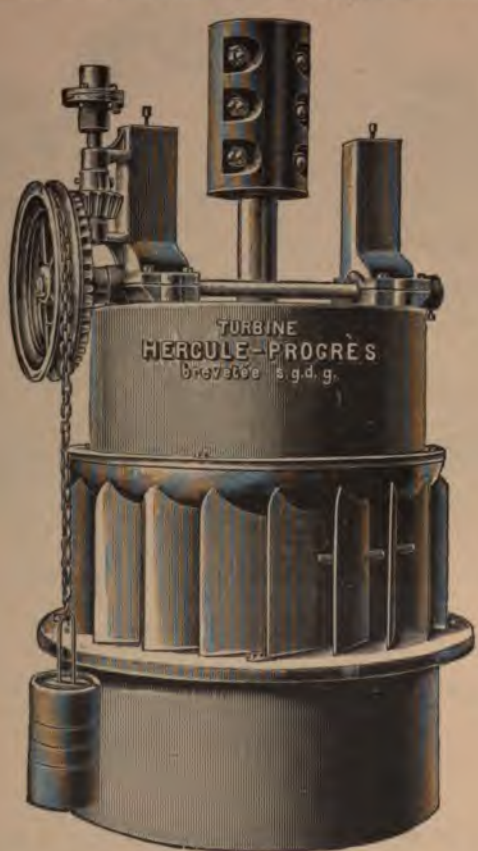


Fig. 88. — Vue d'ue turbine Hercule-Progrès.

liquide en mouvement dans la roue. Supposons pour simplifier la question que l'évacuation soit nettement axiale. C'est ainsi d'ailleurs que se représentent les turbines Risdon, Humphrey, etc.

Considérons la nappe liquide comprise entre deux aubes con-

sécutives et projetons les quantités de mouvement sur la verticale. Les composantes de V_0 et de p_0 étant ici nulles, l'équation se réduit à :

$$mdt\, V_1 \cos \frac{\gamma}{2} = (Y' + P - p_1 \pi r'^2)\, dt$$

en appelant Y' l'effort exercé par les aubes sur l'eau qu'elles comprennent, P le poids de cette eau, $p_1 \pi r'^2$ la pression exercée sur la section horizontale du liquide, à l'évacuation. Etendant cette

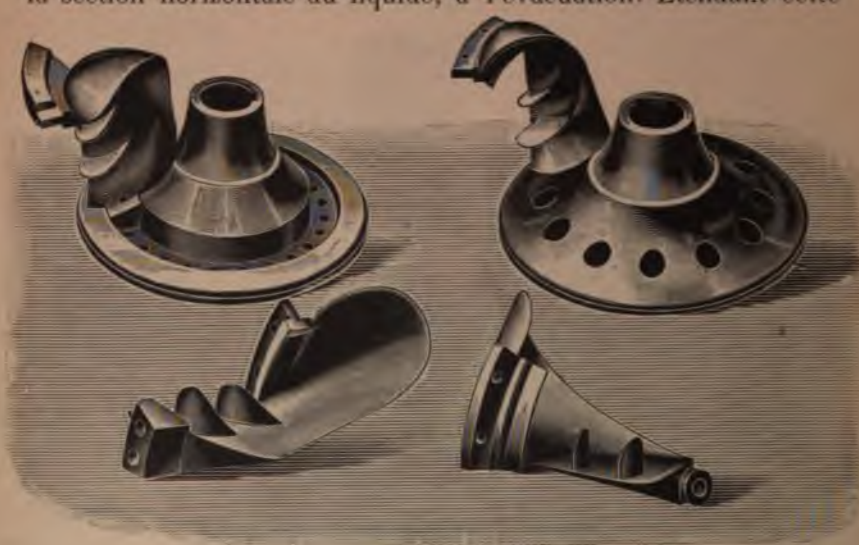


Fig. 89. — Aubes à patins, nouveau modèle breveté S. G. D. G.

formule à toute la masse de l'eau contenue dans la roue, et remarquant que cos $\frac{\gamma}{2}$ est très voisin de l'unité, il vient :

$$Y' = \frac{Q}{g} V_1 - P + p_1 \pi r'^2$$

La poussée exercée par l'eau en mouvement sur la roue sera égale à Y' changé de signe. L'effort $-\frac{Q}{g} V$, tend donc à soulager le pivot.

En définitive l'action du liquide sur la turbine a pour expression :

$$\pi r'^2 (p_0 - p_1) - \frac{Q}{g} V_1 + P$$

où $\frac{QV_1}{g}$ pourrait d'ailleurs être remplacé par :

$$\frac{Q\sqrt{R}}{\sqrt{2gH}} \frac{r_1}{r_0} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} \text{ (page 142, ligne 3).}$$

La hauteur de la couronne directrice est prise à peu près égale

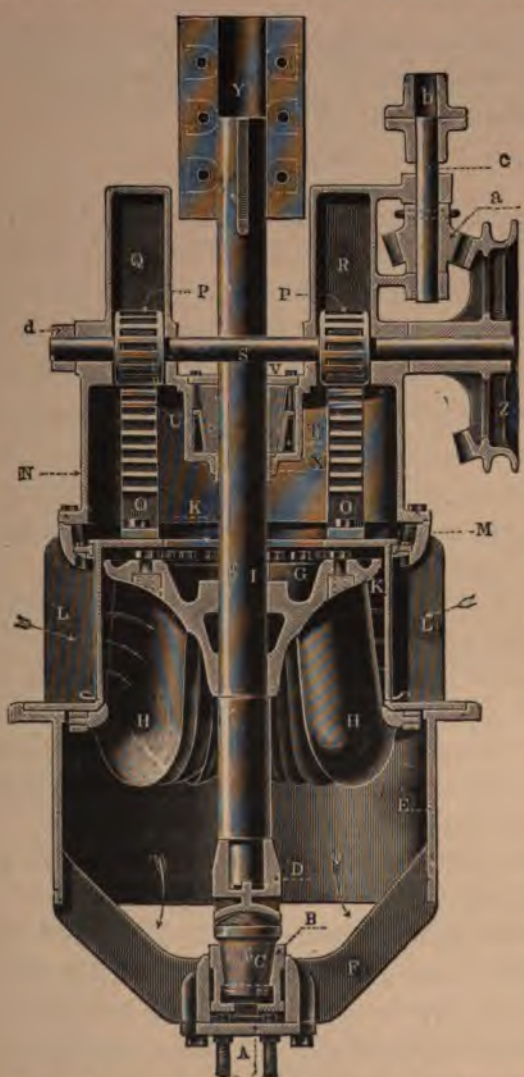


Fig. 90. — Coupe de turbine américaine (turbine Hercule).

à r' dans les types Hercule et Risdon. La surface cylindrique

d'introduction dans la turbine sera dès lors $2\pi r'r'$. Une turbine axiale dont la base supérieure présenterait une surface d'admission pareille subirait une poussée (p. 140, dernière ligne) :

$$\frac{\mathfrak{Q}}{\sqrt{2gH}\cos\beta}\left(\frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}} - \sqrt{R}\sin\gamma\right) + 2\pi r'^2 (p_0 - p_1) + P'$$

Or, nous avons noté (p. 141) que, dans la pratique, le premier terme n'a généralement qu'une faible valeur, de sorte que l'expression précédente se réduit à :

$$2\pi r'^2 (p_0 - p_1) + P'.$$

Cette conclusion suppose $R = 2$ et les angles β et γ peu différents. A vrai dire, R est notamment supérieur à 2 pour la turbine Hercule, il atteint en effet la valeur 2,6. Ce coefficient est sans doute également élevé pour la turbine Risdon. Si l'on adoptait l'hypothèse $R = 2,6$ dans les calculs précédents, l'expression $\left(\frac{\sin 2\beta}{\sqrt{R}} - \sqrt{R}\sin\gamma\right)$ deviendrait négative ; elle correspondrait à une force dirigée de bas en haut et tendant à soulager la turbine.

Quoi qu'il en soit, on voit que la turbine Risdon et la turbine Hercule elle-même exercent sur leur pivot une compression bien plus faible que les roues axiales à réaction.

En somme, d'après les essais concordants pratiqués à la station de Holyoke et à l'Exposition continentale de Philadelphie, ces deux genres de moteurs présentent un rendement de 87 p. 100, c'est-à-dire supérieur de 4 p. 100 à celui des meilleures roues parallèles à réaction. Quand bien même ces résultats ne seraient pas d'une exactitude absolue, ils fourniraient toutefois un enseignement d'une valeur relative incontestable.

Rappelons que le rendement des moteurs à libre déviation était généralement compris entre 75 et 80 p. 100.

Il faut bien dire d'ailleurs que le système mixte n'offre pas nécessairement une garantie de bon fonctionnement. Certaines turbines de ce type présentent, malgré les prétentions de leur dénomination, un rendement tout à fait comparable à celui de nos anciens moteurs à grande vitesse.

Récapitulation des formules théoriques relatives aux turbines

à réaction. — La signification des notations adoptées est donnée à la page 42.

$$R = 2\frac{r_0}{r_1}\frac{A_0}{A_1}\cos\beta \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sin 2\beta}{2\cos^2\beta - R} \qquad (2)$$

$$N = \frac{\sqrt{2gHR}}{2\cos\beta} \times \frac{60}{2\pi r_0} \qquad (3)$$

$$Q = A_0\sqrt{\frac{2gH}{R}} \qquad (4)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{R}}$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gHR}}{2\cos\beta}$$

$$v_1 = w_1 = \frac{\sqrt{2gHR}}{2\cos\beta} \times \frac{r_1}{r_0}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{2gH}{R}\left(1 - R + \frac{R^2}{4\cos^2\beta}\right)}$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{2gHR}}{\cos\beta} \times \frac{r_1}{r_0} \times \sin\frac{\gamma}{2}$$

$$\mathcal{R} = 1 - \frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\beta} \times \frac{r_1^2}{r_0^2} \times R$$

$$p_0 - p_1 = H\left(1 - \frac{1}{R}\right)$$

Ces formules s'appliquent aux turbines à impulsion. R est alors égal à 1. Dans le cas des roues axiales, on posera $r_0 = r_1$.

Lorsque R = 2, valeur fréquemment admise, il vient (fig. 86) :

$$\delta = \frac{\pi}{2} + \beta \qquad v_0 = \frac{V_0}{\cos\beta} \qquad w_0 = V_0 \operatorname{tg}\beta.$$

Pour les applications, on devra dans les formules précédentes remplacer H par 0,88 H, sauf dans la dernière (p. 134). Ce coefficient 0,88 suppose un rendement industriel de 80 p. 100 environ. Les égalités prennent la forme suivante :

$$R = 2\frac{r_0}{r_1}\frac{A_0}{A_1}\cos\beta \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sin 2\beta}{2\cos^2\beta - R} \qquad (2)$$

$$N = \frac{\sqrt{2gHR \times 0.88}}{2\cos\beta} \times \frac{60}{2\pi r_0} \qquad (3)$$

$$Q = A_0 \sqrt{\frac{2gH \times 0{,}88}{R}} \tag{4}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH \times 0{,}88}{R}}$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gH \times 0.88\ R}}{2 \cos \beta}$$

$$v_1 = w_1 = \frac{\sqrt{2gH \times 0.88\ R}}{2 \cos \beta} \frac{r_1}{r_0}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{2gH \times 0{,}88}{R} \left(1 + \frac{R^2}{4 \cos^2 \beta} - R\right)}$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{2gH \times 0{,}88\ R}}{\cos \beta} \frac{r_1}{r_0} \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$\mathcal{R} = 0{,}88 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \beta} \frac{r_1^2}{r_0^2} R$$

$$p_0 - p_1 = H - \zeta - \frac{H \times 0{,}88}{R}$$

ζ représente, dans la dernière formule, la perte de charge relative au distributeur (ζ peut varier de 0,05 H à 0,07 H). La notation $\mathcal{R}$ désigne ici le rendement hydraulique.

CHAPITRE IV

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

ÉTUDE D'UNE TURBINE POUR TRÈS HAUTE CHUTE TURBINE A LIBRE DÉVIATION

Calcul des éléments du moteur hydraulique. — On se propose de construire une turbine qui débitera 40 litres par seconde sous une chute de 950 mètres. Ce moteur mettra en mouvement une machine dynamo-électrique faisant 1 000 révolutions par minute.

Le récepteur hydraulique à adopter ici ne peut être qu'une turbine à libre déviation. On ne saurait penser à fixer la roue motrice sur un arbre vertical à cause des dificultés probablement insurmontables qui résulteraient, en pareil cas, de la vitesse considérable qu'impose la chute. D'autre part, il n'existe aucune raison qui puisse faire préférer le type centrifuge au type centripète. Ce dernier offre en effet des avantages incontestables au point de vue de la mise en place des injecteurs et du rendement.

Notre turbine sera donc centripète, à libre déviation, montée sur un axe horizontal. Celui-ci portera l'organe mobile de la dynamo, inducteur ou induit, suivant les cas.

Nous adopterons pour les angles d'injection et d'évacuation les valeurs $\beta = 20°$ $\gamma = 20°$. Ce sont celles qui ont été admises par M. Rieter de Winterthur pour les moteurs de Terni (H = 180 m.).

La condition de l'entrée de l'eau sans choc fournit la relation :

$$\delta = 2\beta = 40° \text{ (Eq 2, page 111)}$$

D'autre part la valeur du rayon extérieur r_0 sera donnée par la

formule (3) :

$$\frac{2\,\pi r_0 N}{60} = \frac{0{,}95\sqrt{2gH}}{2\cos\beta}$$

d'où l'on tirera[1] :

$$r_0 = 0{,}66 \text{ m.}$$

La section de l'injecteur se déduit du débit 0,04 m. et de la vitesse d'injection $0{,}95\sqrt{2g\,H}$. Il vient :

$$A_0 = \frac{0{,}04 \text{ m.}}{0{,}95\sqrt{2g \times 950}} = 0{,}000308 \text{ m.}$$

Admettons que la tuyère ait une section carrée, la largeur du jet sera dès lors de 0,0175 m. $= \sqrt{0{,}000\,308}$. Ce prisme d'eau lancé sous une incidence de 20° intercepte sur la circonférence de la turbine un arc ayant pour longueur :

$$\frac{0{,}0175}{\sin 20^\circ} = 0{,}051.$$

Nous prendrons la distance de deux aubes consécutives, comptée sur cette circonférence, de 0,056, leur épaisseur, mesurée ed même, étant de 0,005 par exemple. Le nombre n_1 des aubes se déduira de cette distance. On trouve ainsi :

$$n_1 = \frac{2\pi r_0}{0{,}056} = 73.$$

Il n'y a pas lieu de prendre n_1 plus petit, parce qu'alors le jet entrerait, par moments, avec choc dans la roue.

Si le canal compris entre deux aubes consécutives devait être complètement rempli d'eau, la largeur de la couronne, à l'évacuation, serait fournie par la formule :

$$a_0 \sin\delta = \frac{r_1^2}{r_0^2}\, a_1 \sin\gamma$$

Admettant que :

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{0{,}66 - 0{,}15}{0{,}66}$$

il viendrait $a_1 = 3{,}1\ a_0$.

Pour assurer la libre déviation, on prendra la dimension a,

[1] Nous nous sommes contentés d'appliquer ici les formules de la page 111. Il y a lieu de remarquer qu'elles supposent une perte de charge de 10 p. 100 seulement entre le bief d'amont et la roue.

beaucoup plus grande que ne l'indique cette formule. Le frottement exercé par l'aube sur la lame d'eau forcera d'ailleurs celle-ci à s'épanouir rapidement.

Il n'existe au demeurant aucun inconvénient à exagérer la largeur de la couronne, soit à l'évacuation soit à l'admission.

Résistance de la turbine aux effets de l'inertie. — Une question très intéressante se présente dans ces cas de vitesses de rotation considérables, c'est celle de la résistance des diverses parties de la roue.

Occupons-nous d'abord de la couronne proprement dite. Consi-

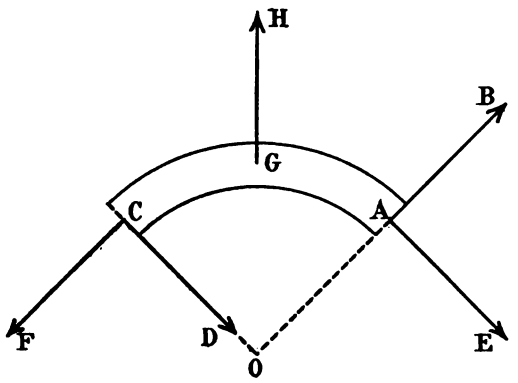


Fig. 91.

AB, CD résultantes radiales dans les sections A et C.
AE, CF — tangentielles.
GH résultante des forces centrifuges pour le segment AC de couronne $= \frac{\text{corde}}{\text{arc}} M\omega^2 r$.

dérons les deux joues qui comprennent l'aube comme résistant seules aux effets de l'inertie et faisons abstraction de l'accroissement de résistance apporté par les bras.

Supposons la turbine tournant à sa vitesse maxima, c'est-à-dire tournant « à vide ». Le couple moteur, dans ces conditions a une valeur nulle et la vitesse de rotation est double de la vitesse normale. Elle atteindra donc 2 000 tours (p. 119).

Si l'on fait une section droite de la jante et qu'on remplace les forces moléculaires qui y agissaient par des forces extérieures équivalentes, on voit que celles-ci se réduisent à une résultante tangentielle AE. En effet, isolons un tronçon de jante AC. Le

moment des forces réelles et des forces d'inertie qui le sollicitent, pris par rapport à un point quelconque, le centre G du tronçon, par exemple, est nul. Or les forces d'inertie ont un moment nul par raison de symétrie. Il en est de même des forces tangentielles AE, CF. D'ailleurs les couples moteur et résistant sont nuls par hypothèse. Il faudra donc que le moment des forces radiales AB, CD soit également nul. On voit que, pour qu'il en soit ainsi, il est nécessaire que ces forces soient elles-mêmes nulles.

Appelons σ la section de la jante, P le poids total de la roue, R l'effort par mètre carré qui s'exerce dans la section.

On doit admettre que celui-ci est uniformément réparti. En effet, par raison de symétrie (si l'on néglige les bras), l'angle de deux sections infiniment voisines est invariable. Donc :

$$\frac{\mu\, ds}{EI} = 0 \quad \text{d'où } \mu = 0$$

μ désignant le moment fléchissant dans une section ;

I le moment d'inertie de la section ;

E le coefficient d'élasticité du métal ;

s le développement de la fibre moyenne de la jante ou solide fléchi.

La tension longitudinale des fibres est donnée par la formule

$$R = \frac{v\mu}{I} + \frac{N}{\sigma}$$

qui se réduit alors à

$$R = \frac{N}{\sigma},$$

v désignant la distance d'une fibre au centre de gravité de la section, N la résultante des forces normales à la section, c'est-à-dire ici AE.

Ecrivons donc que la demi-jante est en équilibre sous l'action des forces d'inertie et des forces réelles qui la sollicitent. Il vient en désignant par ω la vitesse angulaire :

$$\frac{2}{\pi}\frac{P}{2g}\omega^2 r = 2\,\sigma R.$$

$\frac{P}{2g}\omega^2 r$ représente la somme arithmétique des forces d'inertie

qui agissent sur la demi-circonférence et $\frac{2}{\pi}\frac{P}{2g}\omega^2 r$ la résultante de ces forces (voir l'épure de statique graphique de la page 121).

Si l'on négligeait la masse des aubes, $\frac{P}{2}$ serait égal à $\pi\sigma r\Delta$, Δ étant la densité du métal. On trouve ainsi pour R la valeur suivante :

$$R = \frac{\Delta\omega^2 r^2}{g} = \frac{7\,800 \times \overline{0.60}^2}{g}\left(\frac{2\,000 \times 2\pi}{60}\right)^2 = 12\,300\,000$$

soit R = 12,3 km. par millimètre carré.

On voit que, même en adoptant cette hypothèse favorable relative aux aubes, une roue d'acier serait à peine suffisante pour résister aux forces centrifuges.

La section d'un bras sera calculée pour résister à l'effort qui sollicite $\frac{1}{n}$ de circonférence de jante, n étant le nombre de bras. Il vient en appelant σ' la section du bras.

$$\frac{\text{cord}\,\frac{2\pi}{n}}{\text{arc}\,\frac{2\pi}{n}}\,\frac{P}{gn}\,\omega^2 r = R\sigma'$$

Résistance d'un disque tournant. — Nous venons de constater qu'une roue d'acier de 0,66 m. de rayon ne saurait guère être

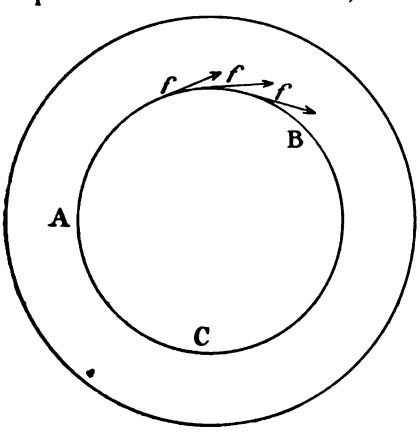


Fig. 92.

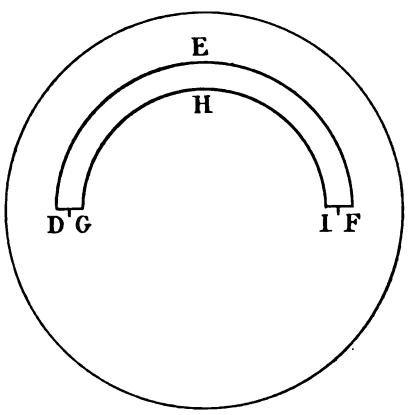


Fig. 93.

animée d'une vitesse de 2 000 tours. Ce maximum peut toutefois être dépassé si la turbine est constituée par un disque.

Proposons-nous de calculer les efforts moléculaires subis par

un solide de cette forme qu'on suppose animé d'une très grande vitesse de giration, les couples moteur et résistant étant supposés nuls.

Coupons le disque par un cylindre ABC et considérons le solide limité à cette surface (fig. 92).

S'il se développait des forces tangentielles f sur le pourtour de cette section ABC, leur moment ne saurait être nul.

Or les forces d'inertie se réduisent aux forces centrifuges puis-

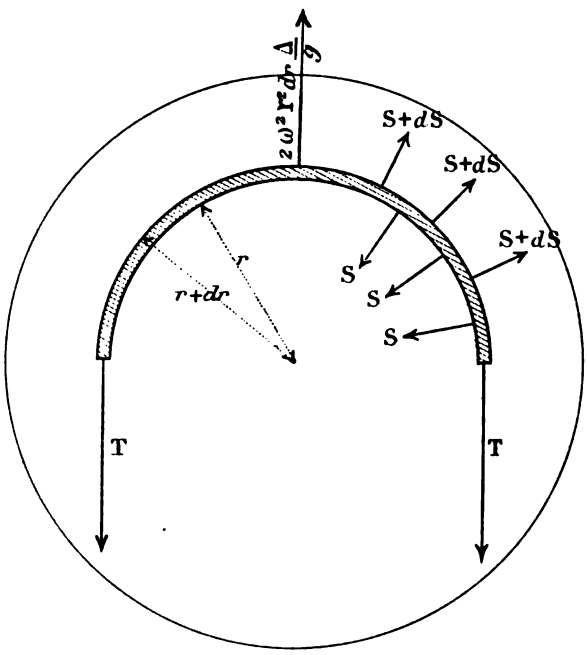


Fig. 94.

que la vitesse est supposée constante. Leur moment pris par rapport au centre du cercle est nul.

Le couple moteur est d'ailleurs nul de même que le couple résistant (marche à vide).

L'équilibre devant exister entre les forces réelles et les forces d'inertie, les actions tangentielles f doivent être nulles.

Il ne peut donc se développer que des forces radiales sur le pourtour de la coupe cylindrique ABC.

Découpons maintenant dans le disque un demi-anneau DEF,

GHI au moyen de deux cylindres DEF, GHI et du plan diamétral DEIF. On démontrerait comme plus haut, dans les cas de l'anneau, que les forces qui agissent dans les sections diamétrales DG, IF sont normales à ces plans (fig. 93).

Cette double proposition étant admise, coupons le disque par deux surfaces cylindriques infiniment voisines et exprimons que le demi-anneau ainsi délimité est en équilibre sous l'action des forces réelles et des forces d'inertie qui le sollicitent (fig. 94).

La masse de la demi-couronne a pour expression :

$$\pi r dr \frac{\Delta}{g}$$

Nous supposons l'épaisseur du disque égale à 1 pour simplifier l'écriture.

La somme arithmétique des forces centrifuges qui sollicitent le demi-anneau a dès lors une valeur de $\pi r dr \frac{\Delta}{g} \omega^2 r$. La résultante de toutes ces forces centrifuges aura par suite pour expression :

$$\pi r dr \frac{\Delta}{g} \omega^2 r \times \frac{2}{\pi} = 2 \omega^2 r^2 dr \frac{\Delta}{g}$$

Appelons S la tension par unité de surface développée le long du cylindre de rayon r, tension qui, nous l'avons montré, est dirigée vers le centre, et T la tension par unité de surface développée sur la coupe diamétrale de l'anneau infiniment étroit que nous considérons.

Exprimons que le demi-anneau est en équilibre.

Projetons les forces réelles et fictives qui le sollicitent sur la verticale. Il vient :

$$2\, dr\mathrm{T} + 2\, r\mathrm{S} = 2\,(\mathrm{S} + d\mathrm{S})\,(r + dr) + 2\, \omega^2 r^2 dr \frac{\Delta}{g}$$

équation qui se réduit à :

$$\mathrm{T} dr = \frac{\Delta}{g} \omega^2 r^2 dr + \mathrm{S} dr + r d\mathrm{S}. \qquad (a)$$

Considérons maintenant, pour obtenir une seconde relation entre T et S, l'allongement que subit la largeur dr de la couronne. Une fibre de longueur dr, dirigée suivant le rayon et soumise à

une tension S par unité de surface subira un allongement $\frac{Sdr}{E}$, E étant le coefficient d'élasticité de la matière.

De même la fibre circulaire de rayon r qui est soumise à un

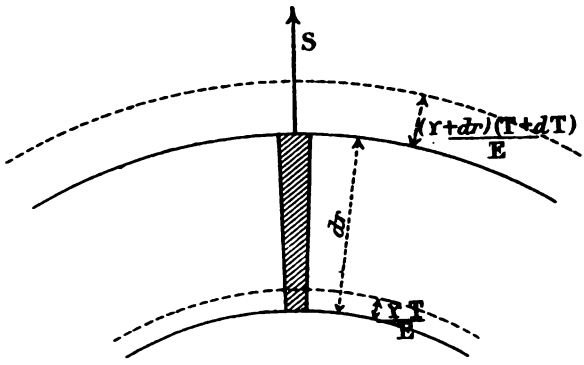


Fig. 95.

effort T par unité de surface subira un allongement $2\pi r \frac{T}{E}$. Le rayon r s'accroît donc de $r \frac{T}{E}$ et le rayon $(r + dr)$ de :

$$(r + dr) \frac{T + dT}{E}$$

D'où l'équation différentielle :

$$\frac{Sdr}{E} = \frac{d(Tr)}{E}$$

qui développée devient :

$$Sdr = Tdr + rdT \qquad (b)$$

Ajoutons les relations (a) et (b) puis retranchons (b) de (a) il vient :

$$- d\,(S + T) = \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 r dr$$

$$d\,(T - S) = \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 r dr - 2\,(T - S)\,\frac{dr}{r}$$

La première de ces équations s'intègre immédiatement, les varibales étant séparées. On trouve :

$$T + S = - \frac{\Delta}{g}\,\omega^2\,\frac{r^2}{2} + C \qquad (a')$$

L'intégration de la seconde est un peu plus compliquée.

Pour simplifier l'écriture et afin de ne conserver que des notations familières, posons :

$$y = T - S \quad \text{et} \quad r = x$$

L'équation en T—S peut s'écrire :

$$dy = \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 x\,dx - \frac{2y}{x}\,dx$$

Prenons comme inconnue auxiliaire le produit xy. Soit donc

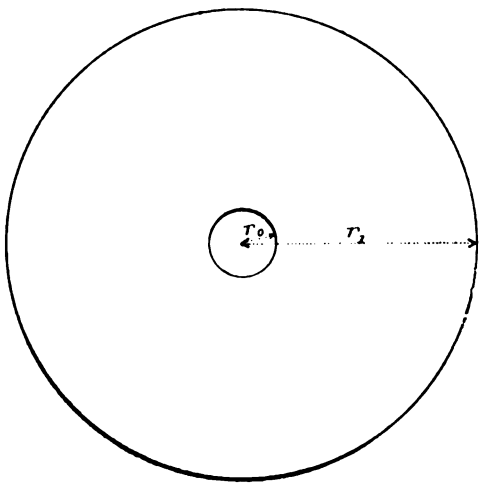


Fig. 96.

$xy = z$. On déduit de là : $dz = xdy + ydx$. Portons cette valeur dans l'équation différentielle, il vient :

$$xdy - \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 x^3 dx + 2ydx = 0$$

$$xdy + ydx + ydx - \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 x^2 dx = 0$$

$$dz + \frac{z}{x}\,dx - \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 x^2 dx = 0$$

$$d\,(xz) - \frac{\Delta}{g}\,\omega^2 x^3 dx = 0$$

Les variables étant séparées, l'équation peut être intégrée, il vient :

$$x^2 y = \frac{\Delta}{g}\,\omega^2\,\frac{x^4}{4} + C' \qquad (b')$$

Remplaçons x et y par leurs valeurs, on trouve en ajoutant les équations (a') et (b'), puis en retranchant (a') de (b') :

$$T = -\frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2 r^2}{8} + \frac{C}{2} + \frac{C'}{2r^2}$$

$$S = -\frac{3}{8}\frac{\Delta}{g}\omega^2 r^2 + \frac{C}{2} - \frac{C'}{2r^2}.$$

Admettons que le disque soit percé d'un trou central.

On déterminera les constantes en exprimant que S est nul quand r est égal aux rayons extrêmes r_0 et r_1.

On trouve ainsi :

$$\frac{C'}{2} = \frac{3}{8}\frac{\Delta}{g}\omega^2 r_1^2 r_0^2$$

$$\frac{C}{2} = \frac{3}{8}\frac{\Delta}{g}\omega^2 (r_1^2 + r_0^2).$$

Exprimons maintenant les tensions S et T en fonction de r, on trouve :

$$T = \frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2}{8}\left(-r^2 + 3(r_1^2 + r_0^2) + \frac{3r_1^2 r_0^2}{r^2}\right)$$

$$S = \frac{3}{8}\frac{\Delta}{g}\omega^2\left((r_0^2 + r_1^2) - r^2 - \frac{r_1^2 r_0^2}{r^2}\right).$$

Pour $r = r_0$:

$$T_0 = \frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2}{4}(r_0^2 + 3r_1^2).$$

Mais r_0 rayon du moyeu est égal à $\frac{r_1}{15}$ ou $\frac{r_1}{10}$ environ. Il vient donc sans erreur très sensible :

$$T_0 = \frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2}{4}3r_1^2$$

pour $r = r_1$, on trouve :

$$T_1 = \frac{\Delta\omega^2}{4g}(3r_0^2 + r_1^2)$$

ou approximativement :

$$T_1 = \frac{\Delta\omega^2}{4g}r_1$$

T décroît d'une façon continue depuis le moyeu jusqu'à la périphérie. Au contraire, S part de 0, vers le moyeu, et revient à 0, à la périphérie, passant ainsi par un maximum :

$$\frac{1.5\,\Delta\omega^2}{4g}r_1^2, \text{ lorsque } r = \sqrt{r_1 r_0}.$$

Nous admettrons, comme le faisait M. Contamin, dans le calcul des arbres de transmission, qu'une molécule subissant une double traction S et T, par unité de surface, dans deux directions

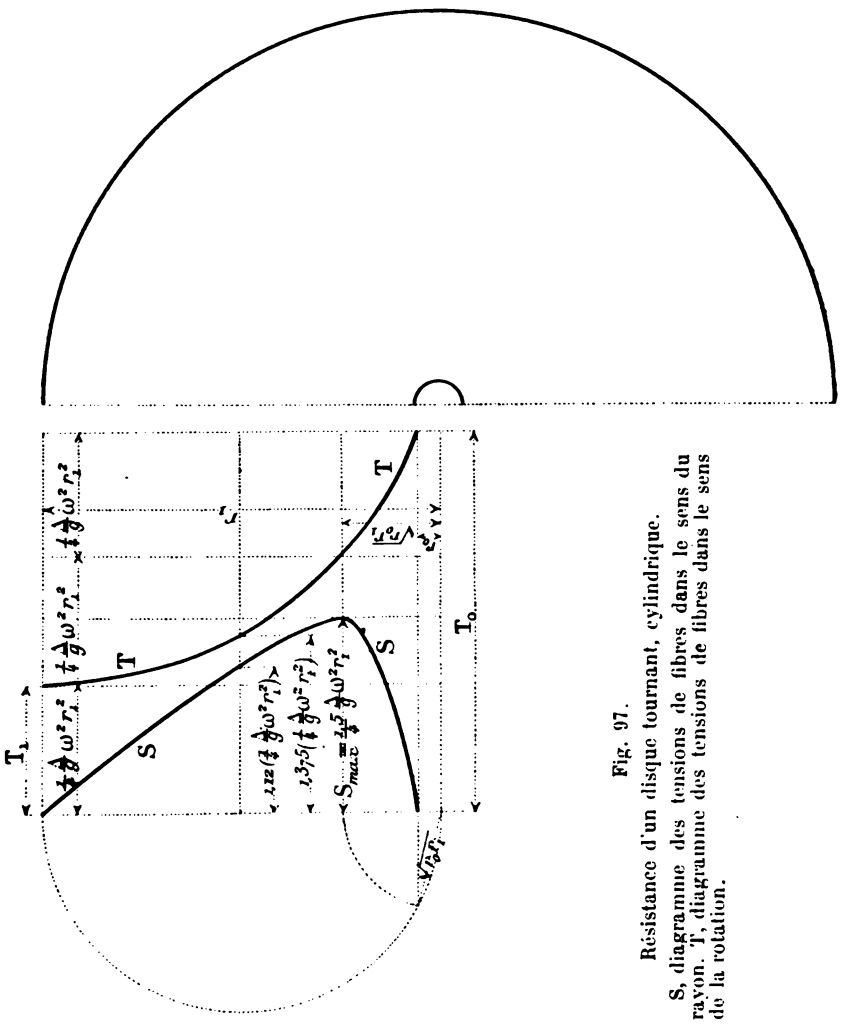


Fig. 97.
Résistance d'un disque tournant, cylindrique.
S, diagramme des tensions de fibres dans le sens du rayon. T, diagramme des tensions de fibres dans le sens de la rotation.

rectangulaires, est soumise à une fatigue résultante de $\sqrt{S^2 + T^2}$ kilogrammes par unité de surface.

Il serait aisé de construire les courbes des fonctions S et T puis celles de S^2 et de T^2. On trouverait qu'elles ont chacune deux asymptotes dont l'une est l'axe des T ou des S. Leur aspect rappellerait celui d'hyperboles.

Le maximum de $S^2 + T^2$ apparaîtrait immédiatement sur la figure. Mais cette recherche est superflue. En effet on voit que :

$$\max \sqrt{S^2 + T^2} < \sqrt{S^2_{max} + T^2_{max}}$$

$$\sqrt{S^2_{max} + T^2_{max}} = T_{max} \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = T_{max}\, 1.12$$

et que par suite le maximum de $\sqrt{S^2 + T^2}$ ne peut différer notablement de T_{max}.

Les molécules les plus fatiguées sont par suite situées vers le moyeu et leur tension est égale aux $\frac{3}{4}$ de celle que nous avons trouvée dans le cas de l'anneau.

Il faut observer que les calculs précédents supposent le disque nu. Si des masses telles que les palettes courbes de la turbine Duvillard étaient accolées à la périphérie du plateau, il serait nécessaire de tenir compte de cette circonstance. En recherchant la valeur des constantes, on exprimerait alors la tension radiale S_1, sur le cercle extérieur, en fonction de ces masses additionnelles. Il viendrait, au lieu de $S_1 = 0$,

$$S_1 = \frac{P'}{g} \frac{\omega^2 r_1}{2\pi r_1 x},$$

P' étant le poids total des masses et x l'épaisseur uniforme du plateau.

Si le disque n'offrait que les avantages que nous venons de constater, sa supériorité sur la roue à rayons ne serait pas très marquée. Mais on doit noter qu'en augmentant son épaisseur vers l'axe, on renforce les parties les plus fatiguées, sans modifier les forces centrifuges d'une façon sensible. Il suffit, pour se rendre compte de ce fait, d'observer que les forces fictives relatives à un anneau infinitésimal, de largeur dr, sont proportionnelles au carré du rayon de cet anneau. En adoptant donc un plateau de figure lenticulaire, on pourra réduire la fatigue du métal d'une façon très notable ; il est à prévoir qu'on l'abaissera de la valeur $0{,}75 \frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{g}$ à une valeur voisine de $0{,}25 \frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{g}$. C'est ce que nous allons montrer.

Proposons-nous de déterminer la figure d'un disque d'égale résistance.

Reprenons les équations différentielles (a) et (b) en supposant dorénavant l'épaisseur x du disque variable, il vient :

$$Tdr = \frac{\Delta}{g}\omega^2 r^2 dr + Sdr + rdS + rS\frac{dx}{x} \qquad (a)$$

$$Sdr = Tdr + rdT \qquad (b)$$

Par hypothèse T est constant quel que soit r, donc $dT = 0$, l'équation (b) se réduit alors à $S = T$ et (a) à :

$$\frac{Tdx}{x} = -\frac{\Delta}{g}\omega^2 r dr.$$

On tire de là :

$$L_e \frac{x}{x_0} = -\frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2 r^2}{2T}.$$

L_e désignant le logarithme népérien.

Si l'on admet, comme ci-dessus, que la fatigue moléculaire du métal soumis à des extensions S et T dans deux directions rectangulaires ait pour valeur $\sqrt{S^2 + T^2}$, il viendra, comme expression de l'effort maximum imposé à la matière :

$$R = \sqrt{S^2 + T^2} = T\sqrt{2}.$$

Substituant à T, dans l'équation :

$$L_e \frac{x}{x_0} = -\frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2 r^2}{2T}$$

la valeur $\frac{R}{\sqrt{2}}$, on trouve en définitive la relation suivante entre l'épaisseur et le rayon :

$$L_e \frac{x}{x_0} = -\frac{\Delta}{g}\frac{\omega^2 r^2}{\frac{2R}{\sqrt{2}}} = -\frac{\Delta\omega^2 r^2}{gR\sqrt{2}}$$

ou

$$\frac{x}{x_0} = e^{-\frac{\Delta\omega^2 r^2}{gR\sqrt{2}}}$$

La courbe définie par cette équation a sa tangente verticale pour $r = 0$ et pour $r = \infty$. Un point d'inflexion se trouve donc dans l'intervalle. Il correspond à la valeur x donnée par l'équation :

$$\frac{x}{x_0} = \frac{1}{\sqrt{e}} = 0{,}606,$$

ce qu'on peut vérifier en annulant la dérivée seconde de x prise

par rapport à r :

$$\frac{d^2x}{dr^2} = \frac{2\Delta\omega^2}{gr\sqrt{2}}\, x \left(-1 + 2\,\frac{\Delta\omega^2 r^2}{gr\sqrt{2}}\right).$$

Le profil que nous venons de trouver est illimité mais, en réalité, le disque d'égale résistance devra avoir un diamètre fini et une épaisseur périphérique x_0 d'une certaine grandeur.On pourra supprimer tout ce qui est hors d'un cercle de rayon r' et remplacer le solide illimité ainsi enlevé par un anneau plat d'épaisseur constante exerçant sur la partie conservée des actions S et T égales à celles de la masse supprimée. On sait d'ailleurs que S = T.

Les constantes C et C′ relatives au disque périphérique d'épaisseur constante sont données par les équations :

$$S_1 = 0 \quad \text{ou} \quad -\frac{3}{8}\,\frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{g} + \frac{C}{2} - \frac{C'}{2r_1^2} = 0$$

$$S' = T' \quad \text{ou} \quad -\frac{\Delta}{g}\,\frac{\omega^2 r'^2}{8} + \frac{C}{2} + \frac{C'}{2r'^2} = -\frac{3}{8}\,\frac{\Delta\omega^2 r'^2}{g} + \frac{C}{2} - \frac{C'}{2r'^2}.$$

On tire de là :

$$\frac{C}{2} = \frac{\Delta\omega^2}{8g}\left(3r_1^2 - \frac{r'^4}{r_1^2}\right)$$

$$\frac{C'}{2} = -\frac{\Delta\omega^2 r'^4}{8g}.$$

Admettons que le rapport $\frac{r'}{r_1}$ soit égal à 0,75, on trouve pour la valeur de S′ ou de T′ (fig. 98) :

$$S' = T' = \frac{\Delta\omega^2}{8g}\, r_1^2 \left[3 - 2\,\frac{r'^2}{r_1^2} - \frac{r'^4}{r_1^4}\right] = 0{,}2\,\frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{g}.$$

La fatigue du métal, au point de jonction de la partie curviligne et de la partie rectiligne, sera dès lors exprimée par :

$$\sqrt{S'^2 + T'^2} = T'\sqrt{2} = 0{,}28\,\frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{g} = R$$

Il ne reste plus qu'à porter cette valeur de R dans l'équation

$$\mathrm{L}_r\,\frac{x_0}{x_1} = \frac{\Delta\omega^2 r'^2}{gR\sqrt{2}}$$

pour obtenir le rapport des épaisseurs du disque sur l'axe et sur la tranche périphérique. Cette dernière dimension sera d'ailleurs

généralement donnée. Il vient dans le cas que nous étudions : $\frac{x_0}{x_1} = 4,14$.

On verrait facilement que T décroît depuis le point de jonction des deux disques jusqu'à la périphérie. Une remarque s'impose ici : il suffit d'examiner les deux équations qui nous ont servi à résoudre le problème.

$$R = \frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{8g}\sqrt{2}\left(3 - 2\frac{r'^2}{r_1^2} - \frac{r'^4}{r_1^4}\right)$$

$$\text{Le } \frac{x_0}{x_1} = \frac{\Delta\omega^2 r'^2}{gR\sqrt{2}}$$

pour reconnaître que si r' tend vers r_1 la fatigue R du métal tend vers 0 mais que, par contre, le rapport $\frac{x_0}{x_1}$ devient considérable. Ce rapport atteint la valeur 4 dans les turbines de Laval. Les

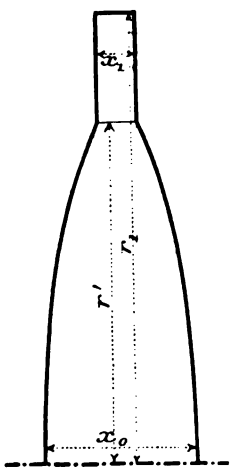


Fig 98.

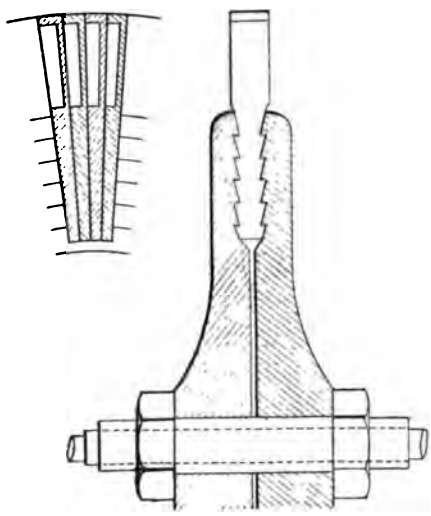


Fig. 99. — Plateau de turbine de Laval.

moteurs de 300 chevaux de ce système font 125 tours par seconde et leur rayon mesure 0,35 m. Le métal travaillerait donc, d'après la formule précédente, à :

$$R = 0,3\frac{\Delta\omega^3 r_1^2}{g \times 10^6} = 18 \text{ kg.}$$

par millimètre carré environ. [1].

[1] Cette fatigue du métal, quoique peu ordinaire, ne doit pas cependant inspirer d'in-

Le trou du moyeu apporte, à la vérité, quelque modification dans la répartition des tensions.

La fatigue moléculaire que nous trouvons ici n'est pas sans rappeler celle qu'on relève dans les armes à feu. Un canon de fusil de chasse, du calibre 12, chargé de 6,75 gr. de poudre noire et de 42 gr. de plomb (charge d'épreuve) subit une pression de 7,4 kg. par millimètre carré. Si l'on suppose les rayons intérieur et extérieur du tube égaux à 9,5 mm. et 14,5, dans la région du tonnerre, et qu'on applique la formule de Lamé, il vient, comme valeur de la tension de la fibre circulaire intérieure :

$$T_0 = 7{,}4 \text{ k.} \frac{\overline{14{,}5}^2 + \overline{9{,}5}^2}{\overline{14{,}5}^2 - \overline{9{,}5}^2} = 18{,}5 \text{ k.}$$

L'application de la formule $\sqrt{T_0^2 + S_0^2} = R$ conduirait d'ailleurs à un résultat peu différent de T_0.

Si maintenant nous nous reportons au cas de notre turbine hydraulique à haute chute, la formule

$$R = 0{,}3 \frac{\Delta \omega^2 r^2}{g\, 10^6}$$

nous donnera 3,7 k. par millimètre carré, pour la fatigue du métal dont est constituée la roue. La fonte pourrait donc être employée avec sécurité en pareille occurrence.

La question de la résistance des disques tournants n'est qu'un cas particulier du problème de la résistance des vases cylindriques étudié par Lamé. Les pressions intérieures sont seulement remplacées par des tractions radiales agissant individuellement sur chaque molécule.

M. Anspach a établi les formules de la résistance des disques

quiétudes. La maison Krupp a fourni des disques de turbines dont le métal (acier-nickel) ne se rompt que sous une tension de 100 kilogrammes par millimètre carré, la limite d'élasticité s'élevant au chiffre de 75 kilogrammes. Toutefois l'on reste confondu si l'on considère qu'un simple balourd de 1 gramme, à la périphérie de la turbine de 300 chevaux prise ici comme exemple, donne naissance à une force centrifuge de :

$$\frac{0{,}001 \text{ kg.} \times (2\pi \times 125)^2 \times 0{,}35 \text{ m.}}{g} = 22 \text{ kg.}$$

Ce résultat met bien en évidence l'utilité de l'arbre flexible de Laval.

(*Revue universelle des mines et de la métallurgie*, juin 1890) en admettant qu'une molécule soumise à deux tractions de direction normales entre elles et égales respectivement à T et à S, par unité de surface, éprouve des fatigues :

$$R_1 = T - \frac{S}{4}$$

$$R_2 = S - \frac{T}{4}$$

Quand $S = 0$, ces formules deviennent :

$$R_1 = T$$

$$R_2 = -\frac{T}{4}$$

Elles résultent de l'interprétation de la loi de Poisson. Un cube soumis à une extension de T kilogramme par unité de surface, suivant une dimension, subit une contraction égale à $\frac{1}{4}\frac{T}{E}$, suivant chacune des deux autres dimensions, E étant le coefficient d'élasticité de la matière. Cette question est encore assez obscure; Wertheim, par exemple, a trouvé que la contraction est, non pas de $\frac{1}{4}\frac{T}{E}$, mais de $\frac{1}{3}\frac{T}{E}$. D'ailleurs quand bien même l'allongement d'une masse métallique serait plus faible lorsqu'elle est étirée dans deux sens que quand elle est étirée dans un seul, en résulte-t-il bien que la fatigue moléculaire soit diminuée dans le premier cas? La proportionnalité de l'allongement et de l'effort peut-elle être étendue à ce cas complexe ?

Les formules de M. Anspach conduisent aux résultats suivants :

Disque d'épaisseur constante :

$$T_0 = 3{,}25\,\frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{4g} \qquad T_1 = 0{,}75\,\frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{4g}$$

Disque d'égale résistance :

$$L_e\,\frac{x_0}{x_1} = \frac{3}{8}\,\frac{\Delta\omega^2 r'^2}{g\,R}$$

$$R = \frac{\Delta\omega^2 r_1^2}{8g}\left(2{,}4376 - 1{,}8752\,\frac{r'^2}{r_1^2} - 0{,}5625\,\frac{r'^4}{r_1^4}\right)$$

Les notations ont la signification suivante :

T_0 tension de la fibre circulaire, au moyeu.

T_1 tension de la fibre circulaire, à la périphérie.

r_1 rayon le plus grand du disque.

r' rayon intérieur du disque d'épaisseur constante x_1 qui prolonge extérieurement le disque d'égale résistance.

x_0 épaisseur du disque mesurée sur l'axe de rotation.

R coefficient de sécurité.

L_e logarithme *naturel*.

Le problème de la turbine à haute chute que nous venons d'étudier s'est présenté dans l'installation du lac Tanay. Deux maisons de construction ont été appelées concurremment à le résoudre : l'établissement Duvillard de Lausanne et les ateliers de Vevey. Examinons d'abord la solution adoptée par les constructeurs de Vevey. Leur turbine est coulée en bronze, elle a 0.60m. de rayon. Les aubes sont d'une forme particulière imitée de celle des moteurs Pelton ; elles ne permettent pas une évacuation aussi facile que les palettes courbes, implantées dans le disque, de la turbine Duvillard. Deux injecteurs à jet de section rectangulaire peuvent desservir la roue, mais ils ne sont pas destinés à être mis simultanément en service. L'un d'eux a un orifice variable, l'autre, au contraire, est réglé par un servo-moteur qui reçoit son énergie de la canalisation. La charge considérable à laquelle est soumis ce régulateur n'est pas sans inconvénients. Si, en effet, dans un cas pareil, les sections de passage du liquide sont très réduites, des engorgements se produisent fréquemment ; par contre, si les orifices ont des dimensions assez considérables pour que cet accident ne soit plus à craindre, l'action de servo-moteur devient à la fois brutale et indécise.

Le régulateur des turbines Duvillard, que nous avons décrit (p. 99), est exempt de ces derniers défauts. Au reste, le fonctionnement de ces derniers moteurs est tout à fait satisfaisant. Nous reprendrons ici la description de la turbine Duvillard déjà esquissée (p. 123). La roue est constituée par un disque de fonte, renflé dans la région centrale et portant sur ses deux faces, vers la périphérie, des palettes courbes venues de fonte. Ces palettes sont alternées afin d'atténuer les battements. Le canal formé par deux aubes consécutives reste donc ouvert sur la face opposée au disque : d'où une évacuation très facile.

Deux injecteurs sont disposés sur la circonférence, en des points placés à 45° l'un de l'autre. L'injecteur supérieur seul est commandé par le régulateur, celui de la partie inférieure est à débit constant. Le premier lance deux jets parallèles de section rectangulaire variable qui correspondent aux deux cours d'ailettes, le second projette deux jets de section circulaire. Chacun des deux injec-

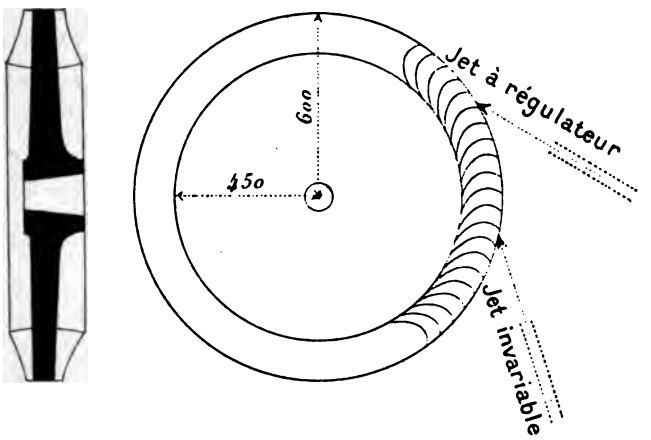


Fig. 100. — Turbine de M. Duvillard (Lausanne).

teurs double communique à la turbine une puissance de 500 chevaux, mais ils ne sont jamais mis simultanément en service.

Les données caractéristiques du moteur sont les suivantes :

Puissance	500 HP.
Diamètre extérieur.	1,20 m.
Diamètre intérieur	0.90
Largeur de la couronne.	$r_1 - r_0 = 0,15$ m.
Nombre de tours	$N = 1\,000$ tours par minute.
	$\beta = \gamma = 25°$ environ.

Des petites turbines construites sur le même type que les précédentes et n'ayant que 0,60 m. de diamètre mettent en mouvement les dynamos excitatrices. Elles n'ont qu'une rangée d'ailettes. L'injecteur projette un jet unique, circulaire, de 5 millimètres de diamètre. Ce mince filet liquide n'en communique pas moins à la petite roue une puissance de 25 chevaux.

Dans la plupart des installations hydro-électriques actuelles, la jonction de l'arbre moteur horizontal et de celui de la dynamo est

établie au moyen d'attaches élastiques (systèmes Raffard, Evans, etc.).

Chaque arbre se termine par un plateau circulaire muni à sa circonférence de petits manetons régulièrement espacés. Les manetons des deux plateaux juxtaposés sont réunis deux à deux au moyen de liens de caoutchouc, de cuir ou simplement par des cordes.

M. Boucher, le créateur de l'installation de Vouvry, a résolu ce problème en tranchant résolument le nœud gordien : Dans la disposition qu'il a adoptée plus de plateaux à jonctions élastiques, ni même d'assemblages d'arbres d'aucune sorte : La turbine est simplement placée en porte-à-faux, à l'extrémité de l'arbre de l'alternateur.

ÉTUDE D'UNE TURBINE POUR MOYENNE CHUTE (TURBINE A RÉACTION, CENTRIPÈTE)

On se propose de construire une turbine qui débitera 7500 litres par seconde sous une chute de 20 mètres (2000 IP). La machine à mettre en mouvement est un alternateur.

On suppose le débit et la hauteur de chute invariables.

Nous adopterons un moteur à axe horizontal. Cette disposition rend plus aisé l'établissement des appuis de l'arbre ainsi que le graissage. Elle permet en outre de placer les arbres de la turbine et de la dynamo dans le prolongement l'un de l'autre. Les unités dynamo-turbines peuvent être ainsi rangées en batteries sur le sol de l'usine.

Le débit étant supposé constant, on emploiera comme régulateur une vanne placée sur la canalisation hydraulique. Cette disposition, la plus simple qu'on puisse imaginer est, à la vérité, très défectueuse au point de vue du rendement, mais cette considération est sans intérêt dans le cas présent.

Nous admettrons que le récepteur hydraulique est formé de deux turbines symétriques, séparées par une cloison et ayant chacune un tube de succion. Elles seront du type centripète à réaction.

Ce genre de moteur qui rappelle celui de la turbine dite Little

Giant a été adopté par MM. Piccard, Pictet et Cie de Genève dans l'installation hydro-électrique d'Avignonnet (Isère).

Prenons l'angle d'injection β de 15° et le coefficient de réaction R de 2,28.

La formule (1) de la page 135 fournit une relation entre les rayons de la couronne mobile et les angles β d'injection et γ d'évacuation. Supposons constante la hauteur des couronnes mesurée parallèlement à l'axe et négligeons, dans une première approximation, l'épaisseur des aubes. La formule (1) peut s'écrire :

$$R = 2\,\frac{r_0}{r_1}\,\frac{2\pi r_0 \sin\beta}{2\pi r_1 \sin\gamma}\cos\beta$$

Admettant un diamètre intérieur $2r_1$ de 1 mètre et un diamètre extérieur $2r_0$ de 1,40 m. pour la couronne mobile, on tire de l'équation précédente $\gamma = 25°30'$.

L'équation (2) (p. 135) nous fournira l'angle que fait l'aube mobile avec la circonférence extérieure de la turbine :

$$\operatorname{Tg}\delta = \frac{\sin 2\beta}{2\cos^2\beta - R}$$

On en déduit :

$$\delta = 130°.$$

Dessinons le profil de l'aube. Soit AB une droite coupant la circonférence intérieure de la turbine sous un angle de 25°30′, cette droite représentera le dernier élément de l'aube. Or, si on la prolonge jusqu'à la circonférence extérieure, elle coupera celle-ci en B, sous un angle de 130°, égal par suite à l'angle δ.

La droite AB peut donc être prise comme profil de l'aube. Il n'y a là, il va sans dire, rien d'accidentel. Nous avons, en effet, après quelques tâtonnements, déterminé R en vue de ce résultat singulier.

Une turbine à réaction peut donc être munie d'aubes planes. On doit remarquer qu'une turbine axiale à impulsion qui serait dans ce cas et où l'eau s'introduirait sans choc aurait au contraire un effet utile nul. La formule du rendement :

$$\mathcal{R} = 1 - \left(\frac{\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\beta}\right)^2$$

ou la considération du mouvement absolu d'une molécule liquide conduirait immédiatement à cette conclusion.

Nous déterminerons la position de l'aube A'B' qui précède celle que nous venons de tracer, AB, par la condition que le point A' soit à une distance de AB comprise entre 4 et 6 centimètres. Nous avons adopté ici 0,055 m. La distance de deux aubes consécu-

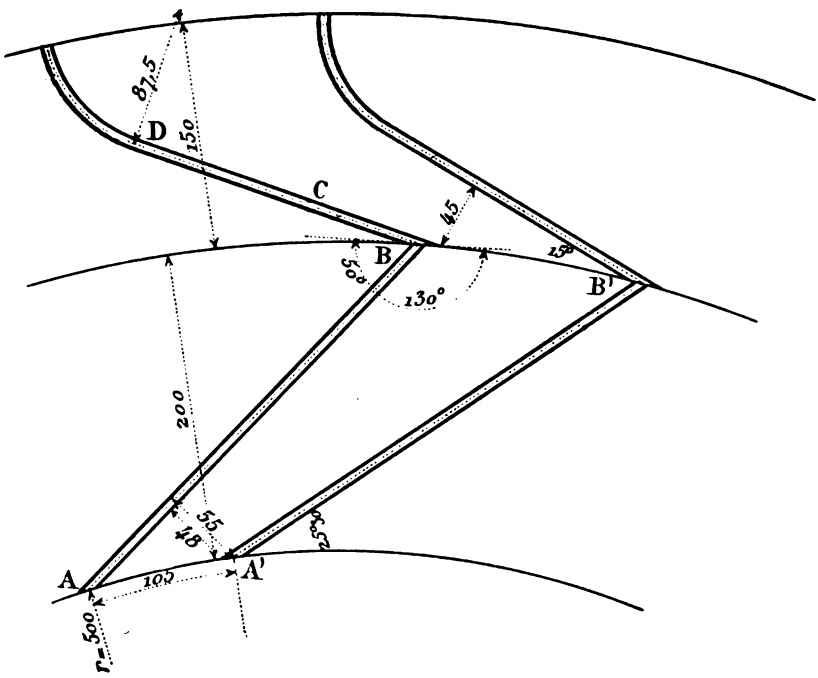


Fig. 101.

tives, mesurée d'axe en axe sur la circonférence intérieure, est alors de 0,105 m., ainsi qu'on peut le voir sur le dessin. On déduit de là le nombre des aubes mobiles soit :

$$\frac{\pi \times 1 \text{ m.}}{0{,}105 \text{ m.}} = 30.$$

Supposons que les aubes directrices se trouvent pareillement au nombre de 30.

Passons maintenant au calcul de la hauteur de chacun des deux éléments de turbine. Si l'on admet que les aubes fixes et mobiles sont constituées par des tôles d'acier de 5 millimètres

d'épaisseur, on voit, sur l'épure, que la plus courte distance entre le bec d'un guide et le guide suivant est de 4,5 cm. Nous adopterons comme épaisseur effective de la lame d'eau 4,5 cm. $\times$ 0,9, d'après Francis. Mais pour obtenir la largeur utile du canal formé par deux aubes consécutives nous déduirons de cette épaisseur de lame d'eau l'aire interceptée par la section de l'aube mobile sur le jet soit :

$$0{,}5 \text{ cm.} \frac{\sin 15^\circ}{\sin 130^\circ} = 0{,}17 \text{ cm.}$$

On trouve ainsi pour la largeur utile 3,9 cm.

La hauteur de la demi-couronne mobile peut dès lors être tirée de l'équation (4) (p. 135) qui devient lorsqu'on y remplace les lettres par les données et par les résultats numériques du problème :

$$30 \times 0{,}039 \text{ m. } h \times 0{,}94 \sqrt{\frac{2g \times 20 \text{ m.}}{2{,}28}} = \frac{7{,}5 \text{ mc.}}{2}$$

On tire de cette relation $h = 0{,}260$. Cette hauteur est aussi, on le sait, celle de la demi-couronne fixe. Nous avons pris le rayon extérieur de cette dernière surpassant le rayon intérieur de 0,15 m. Quant à l'aube directrice elle a été tracée en admettant qu'elle affecte, à l'entrée de l'eau, la forme d'un arc de cercle normal au cercle extérieur et se raccordant avec la partie plane CD.

Le problème revient à tracer un cercle tangent à une droite donnée en un point déterminé et coupant un cercle donné sous un certain angle. Il se serait déjà présenté dans le tracé de l'aube mobile si nous n'avions adopté pour celle-ci une forme plane.

On peut effectuer cette construction d'une façon rapide en procédant par tâtonnements. Au reste la solution géométrique est des plus simples (fig. 102) :

Appelons AT la droite donnée, T le point de contact, O le cercle proposé. Soit O′ le cercle cherché. La corde BC tangente à O′ sous-tend dans le cercle O un arc ayant pour mesure le double de l'angle donné. BM demi-corde de cet arc est donc connu, de même que la flèche OM.

Prenons, sur la droite donnée, TD = BM, puis menons la perpendiculaire DO″ = MO.

Par raison de symétrie O″B = OT.

Le point B peut donc être déterminé, etc.

On doit remarquer que la valeur de γ a été obtenue sans tenir compte de l'épaisseur des aubes. En toute rigueur on devrait reprendre le calcul en y introduisant cette donnée. On peut cons-

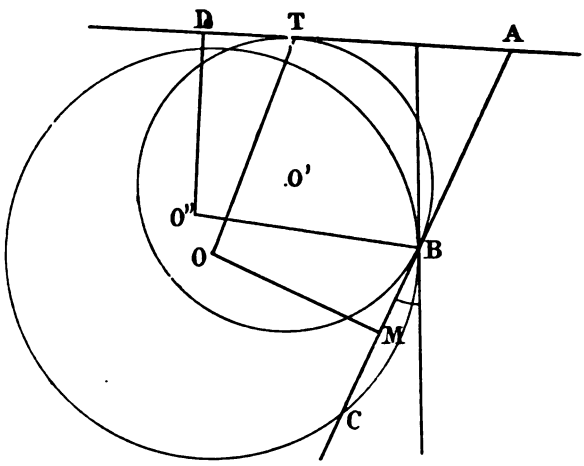


Fig. 102.

tater que la correction qui en résulterait pour l'angle serait insignifiante.

Il ne reste plus, pour achever cette étude, qu'à trouver le nombre de révolutions effectuées par le moteur, en une minute. La formule (3) de la page 135 fournira cette inconnue.

Il vient :

$$N = \frac{0.94\sqrt{2g \times 20 \text{ m.} \times 2,28}}{2 \cos 15^\circ} \times \frac{60}{\pi \times 1,4} = 198 \text{ tours.}$$

On voit la possibilité de construire des turbines centripètes à réaction, rationnellement établies, dont les aubes fixes et mobiles seraient planes. Dans des installations privées de voies de communication, des planches pourraient suffire pour l'exécution de pareils moteurs. Le joint des deux couronnes présenterait seul une difficulté, mais un couvre-joint circulaire fixé sur le distributeur permettrait sans doute de la tourner.

ÉTUDE D'UNE TURBINE POUR BASSE CHUTE (TURBINE PARALLÈLE, A RÉACTION)

On se propose de construire une turbine qui débitera 6 000 litres sous une chute de 4 mètres.

Les variations du débit sont peu considérables et le moteur est généralement alimenté sur toute sa circonférence. On admettra en outre que les conditions d'utilisation de la puissance soient telles que celle-ci doive être ménagée avec parcimonie.

Le rendement devant être aussi grand que possible, on rejettera sans balancer l'hypothèse d'une turbine à grande vitesse ; l'angle d'injection β sera pris de faible amplitude, de 20° par exemple. D'après la discussion développée à la page 145, le coefficient de réaction R à admettre de préférence pour cette valeur de β est égal à 1,88 quoique ce choix ne soit pas, il va sans dire, bien rigoureusement imposé. Les conditions du problème relatives au régime des eaux ne forçant pas de recourir à une turbine à libre déviation, nous pourrons accepter ce degré de réaction.

L'hypothèse d'une turbine à axe horizontal n'est guère admissible dans les cas de grands débits et de faible chute. Notre moteur aura donc un axe vertical. Il sera logé au fond d'une chambre d'eau et muni d'un tube de succion, si le niveau d'aval est variable. On pourra adopter le type radial ou le type axial. C'est à cette dernière solution que nous nous sommes arrêté, à cause de la simplicité du vannage des turbines parallèles. Le type mixte n'est guère adopté, pour de pareils débits, bien qu'on construise aujourd'hui des roues de ce genre ayant 4 mètres de diamètre. Mais si le volume d'eau disponible avait une valeur moins élevée, on devrait au contraire donner la préférence au moteur américain.

L'aube mobile de notre turbine axiale est inclinée, à l'entrée de l'eau, sur l'horizontale, d'un angle δ qui est fourni par l'équation (2) de la page 135 :

$$\operatorname{Tg} \delta = \frac{\sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta - R}$$

relation qui devient ici

$$\operatorname{Tg} \delta = \frac{\sin 40^\circ}{2 \cos^2 20 - 1{,}88}$$

et d'où l'on tire

$$\delta = 100^{\circ}20'.$$

Avant de déterminer les autres éléments de la turbine, cherchons le nombre des aubes fixes et mobiles. Commençons donc par figurer la coupe des couronnes par le cylindre moyen que nous supposerons ensuite développé (fig. 103).

Décrivons un cercle de rayon arbitraire, égal à 5 centimètres par exemple. A partir du point bas P, délimitons l'arc PB de

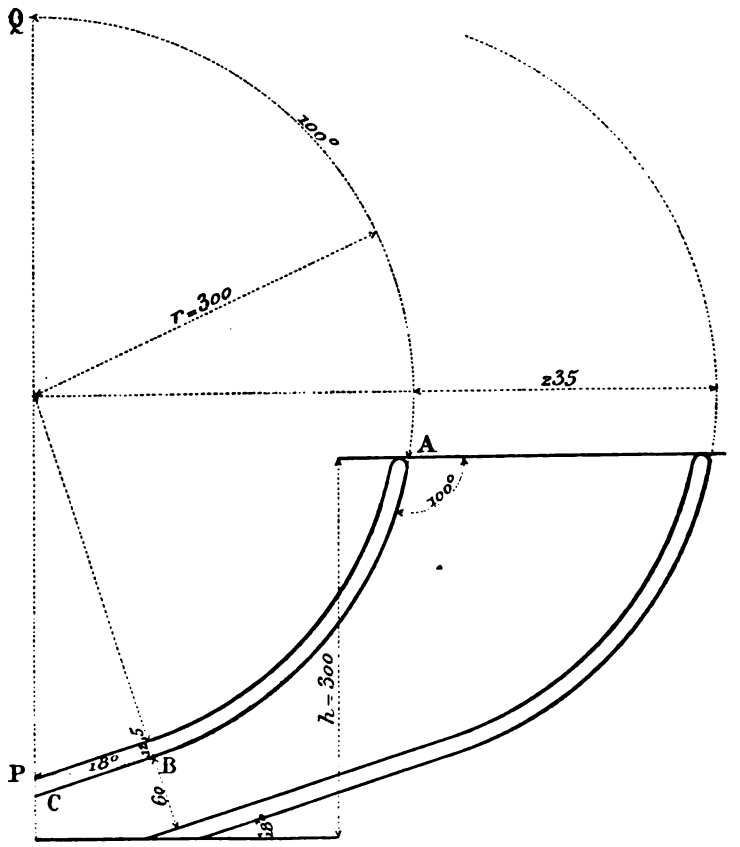


Fig. 103. — Turbine axiale à réaction.
Tracé des aubes mobiles. Echelle : 1/6.

même amplitude que γ, soit de 18°, et, à partir du point haut Q, l'arc QA d'une amplitude égale à celle de δ, soit de 100°.

L'arc de cercle AB figurera la partie curviligne de l'aube mobile.

Elle sera prolongée par une partie rectiligne BC destinée à bien assurer l'émission de l'eau sous l'angle γ, dans le mouvement relatif. Traçons ensuite le profil de l'aube précédente. Nous admettrons que la lame d'eau, à l'échappement, ait dans la turbine une épaisseur de 6 centimètres environ et que la hauteur de la couronne mobile soit de 30 centimètres environ. Ces considérations permettront, après quelques tâtonnements, de mettre en place l'aube nouvelle et de déterminer, du même coup, l'échelle de la figure. Nous avons admis, par exemple, que notre dessin était réduit au $\frac{1}{6}$ de la grandeur réelle. On peut y constater que la distance de deux aubes consécutives mesurée horizontalement, d'axe en axe, atteint 23,5 cm. et la hauteur de la couronne 30 centimètres.

Nous construirons deux aubes directrices consécutives en suivant une méthode semblable à celle qui vient de fournir la coupe

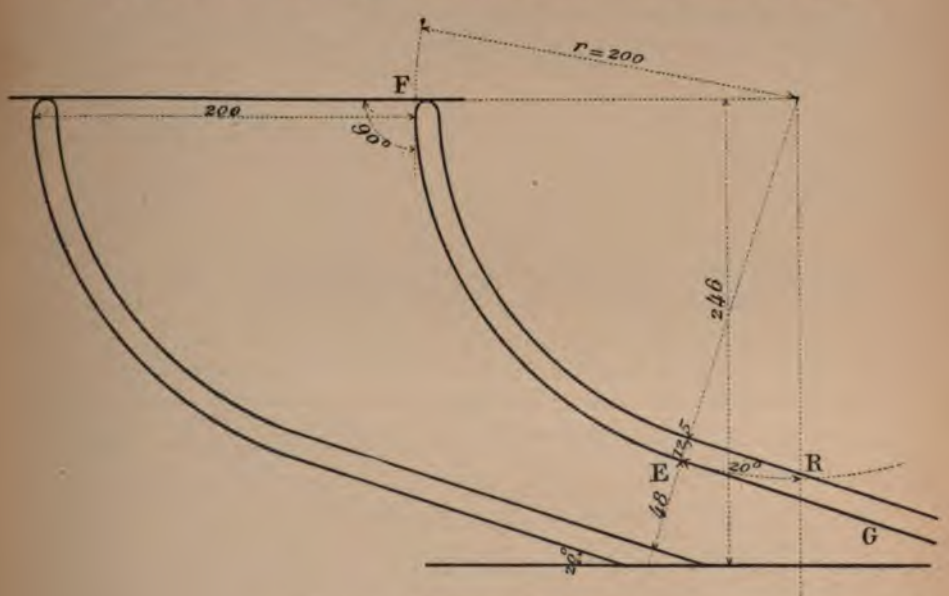


Fig. 104. — Turbine axiale à réaction.
Tracé des aubes directrices. Échelle : 1/4.

de la couronne mobile. La portion de cercle comprise entre le diamètre horizontal et l'arc RE, d'une amplitude de 20°, représentera la partie curviligne. Cette courbe EF sera prolongée par une

partie rectiligne EG assez développée pour que l'émission de la veine liquide s'effectue bien sous l'angle imposé β.

Nous admettrons que la couronne fixe ait une hauteur de 300 millimètres environ et que l'épaisseur de la lame d'eau, vers la sortie du distributeur, soit approximativement de 50 millimètres.

Après quelques tâtonnements on mettra en place les deux aubes sur le dessin de façon que ces diverses conditions du problème se trouvent à peu près réalisées. Le rapport de réduction de la figure se déduira des remarques précédentes. Il est de $\frac{1}{4}$ pour notre épure. La distance de deux guides, mesurée horizontalement, apparaît alors de 200 millimètres et la hauteur de la couronne fixe de 246 millimètres.

Nous pourrons maintenant calculer tous les éléments de la turbine au moyen des formules (1) (2) (3) (4) de la page 135. δ nous a déjà été fourni par l'équation (2), la formule (4) donnera r, la formule (1) a, et la formule (3) N. L'équation (4) développée devient :

$$Q = 0{,}94 \left[2\pi r a_0 \sin\beta - n a_0 \times 0{,}0125 - n_1 a_0 \times 0{,}0125 \frac{\sin\beta}{\sin\delta} \right] \sqrt{\frac{2gH}{R}}$$

Mais :

$$n = \frac{2\pi r}{0{,}20} \quad \text{et} \quad n_1 = \frac{2\pi r}{0{,}235}$$

Admettons l'égalité :

$$a_0 = 0{,}4\, r$$

On tirera dès lors r de la formule précédente. Il vient :

$$r = \sqrt{\frac{6 \text{ mc.}}{0{,}94 \times 2\pi \times 0{,}4 \left(\sin 20^\circ - \frac{0{,}0125}{0{,}20} - \frac{0{,}0125}{0{,}235} \frac{\sin 20}{\sin 100} \right) \times 6{,}46 \text{ m.}}}$$

$$r = 1{,}23$$

$$a_0 = 0{,}4r = 0{,}492$$

$$n = 39 = \frac{2\pi r}{0{,}2}$$

$$n_1 = 33 = \frac{2\pi r}{0{,}235}$$

Dans la formule $R = 2 \frac{A_0}{A_1} \cos\beta$ remplaçons A_0 et A_1 par les valeurs suivantes :

$$A_0 = 2\pi r a_0 \left(\sin\beta - \frac{0{,}0125}{0{,}20} - \frac{0{,}0125}{0{,}235} \frac{\sin 20^\circ}{\sin 100^\circ} \right)$$

$$A_1 = 2\pi r a_1 \left(\sin \gamma - \frac{0{,}0125}{0{,}235}\right)$$

et nous aurons une équation en a_1 qui donnera

$$a_1 = 0{,}506$$

La formule (3), fournissant le nombre de tours, il vient :

$$N = \frac{0{,}94}{2 \cos \beta} \sqrt{\frac{2gH}{R}}\, R\, \frac{60}{2\pi r} = 47 \text{ t.}$$

Les éléments de notre turbine sont en définitive les suivants :

$r = 1{,}23$ m.
$a_0 = 0{,}492$ m.
$a_1 = 0{,}506$ m.
$n = 39$
$n_1 = 33$
$N = 47$ t.
$h = 0{,}300$ m.
hauteur du distr. $= 0{,}246$ m.
$\beta = 20°$
$\gamma = 18°$
$\delta = 100°$
$R = 1{,}88$

ÉTUDE D'UNE TURBINE POUR BASSE CHUTE. (TURBINE PARALLÈLE A IMPULSION, A PETITE VITESSE)

Les données relatives à la chute et au débit moyen restant les mêmes que précédemment, on suppose que le volume d'eau fourni par le cours d'eau subisse de grandes variations, sans pourtant que le niveau d'aval soit sujet à des modifications notables.

On pourrait, dans ce cas, adopter une turbine à réaction qui ne serait pas immergée, bien que cette disposition ne soit guère usitée dans le pays d'origine des moteurs à réaction. On éviterait ainsi le fâcheux effet d'aubes inactives tournant dans l'eau. Toutefois, on trouvera sans doute quelque avantage à faire choix, en pareille occurrence, d'une turbine à libre déviation, car les perturbations qui affectent le fonctionnement, lorsque les aubes commencent à travailler ou cessent d'être alimentées, sont apparemment moins caractérisées pour les roues de ce dernier type.

Admettons que l'angle d'injection β soit de 25° de même que celui d'échappement. La formule (2) de la page 59, donne immédiatement $\delta = 2 \times 25°$.

Nous procéderons au calcul des autres éléments de la turbine

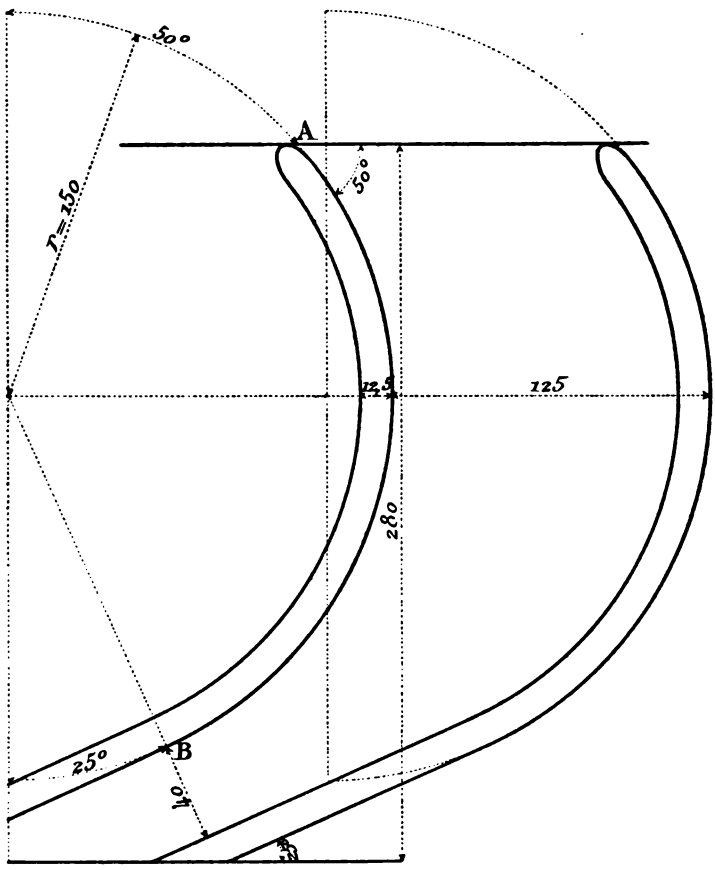


Fig. 105. — Turbine à libre déviation à petite vitesse.
Tracé des aubes mobiles. Échelle 1/3.

par une méthode absolument semblable à celle qui vient d'être exposée pour le moteur à réaction. Nous ne nous étendrons donc pas de nouveau sur les détails de cette recherche. Figurant tout d'abord le profil de deux aubes consécutives au moyen de cercles de rayon arbitraire, on s'efforcera d'assurer l'évacuation sous l'angle adopté comme valeur de ; on γ admettra en outre que la

hauteur de la roue est d'environ 300 millimètres et la distance des deux aubes de 40 ou 50 millimètres, vers l'échappement. Quelques tâtonnements permettront de mettre en place les deux aubes, dans

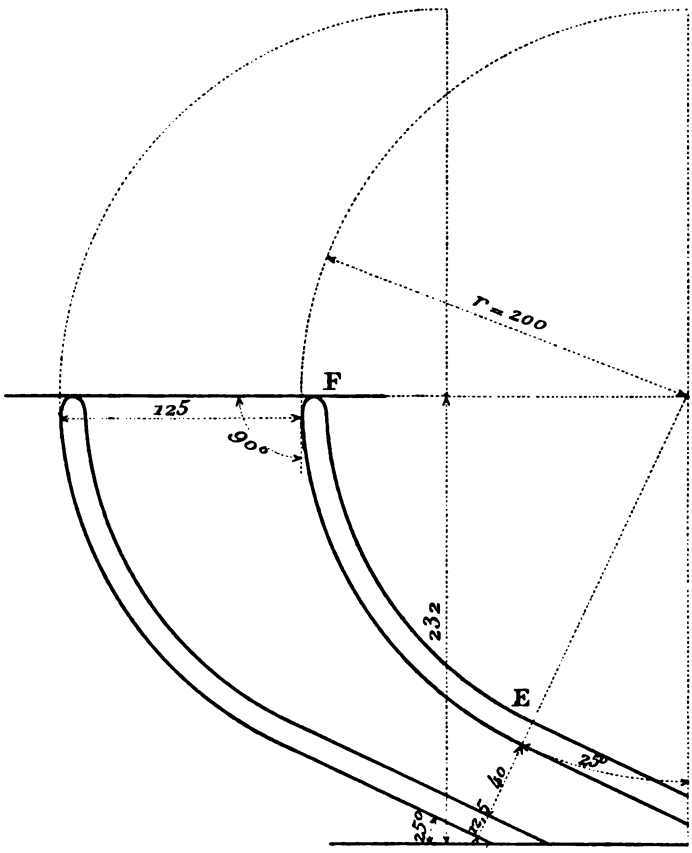


Fig. 106. — Turbine à libre déviation à petite vitesse.
Tracé des aubes directrices. Échelle 1/4.

ces conditions, sur le dessin. Le rapport de réduction de la figure se déduira en même temps des précédentes remarques.

Cette construction sera répétée pour les guides en admettant que la hauteur du distributeur est d'environ 250 millimètres et que la distance horizontale de deux aubes fixes est égale à celle de deux aubes mobiles.

On suppose ainsi un même nombre d'aubes fixes et mobiles. AB représente l'aube de la turbine et FE celle du distributeur. Le

dessin montre que la distance horizontale de deux aubes est de 0,125 m. ; h hauteur de la roue mesurera 280 millimètres et la hauteur du distributeur 232 millimètres. Il suit de là : $n = n_1 = \frac{2\pi r}{0,125}$. Nous sommes dès lors en mesure de calculer tous les éléments du moteur. L'équation (4) de la page 59 donne :

$$Q = 0,95 \sqrt{2gH} \quad a_0 \left(2\pi r \sin \beta - ne - ne \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta}\right)$$

Admettant la relation $a_0 = 0,2r$ on tire de l'équation précédente :

$$r = 1,46 \text{ m.}$$

On déduit de ce résultat :

$$a_0 = \frac{r}{5} = 0,292$$

La formule (3) de la page 59 permet de trouver N, nombre de révolutions de la turbine :

$$N = \frac{0,95 \sqrt{2gH}}{2 \cos \beta} \frac{60}{2\pi r} = 30,4 \text{ t.}$$

Il ne nous reste plus qu'à déterminer a_1, largeur de la lame d'eau à l'échappement. Si l'on suppose que la turbine est entièrement remplie par le liquide, a_1 sera fourni par l'équation (1) $a_0 \sin \delta = a_1 \sin \gamma$. Elle donne $a_1 = 0,53$ m. Pour assurer la libre déviation, nous prendrons $a_1 = 0,75$ m.

Les éléments de notre turbine à libre déviation sont en définitive les suivants :

$r = 1,46$ m.
$a_0 = 0,292$ m.
$a_1 = 0,75$ m.
$n = n_1 = 73$
$N = 30,4$ t.
$h = 0,280$ m.
haut distr. $= 0,232$ m.
$\beta = 25°$
$\gamma = 25°$
$\delta = 50°$
$R = 1$.

On aurait pu appliquer les formules de la page 93 qui tiennent compte de l'émersion de la roue. On trouverait ainsi que le rayon doit être accru de 2,5 cm, δ de 3° et enfin N d'une unité. Mais

nous avons vu (p. 59) qu'il est prudent d'augmenter notablement, en pratique, la section de passage de l'eau que fournit le calcul. Admettant toujours l'égalité $a_0 = \frac{r}{5}$, nous multiplierions la section trouvée précédemment par le facteur 1,15 ou 1,20 ; r deviendrait alors égal à 1,46 m. $\times \sqrt{1,15}$ ou à 1,46 m. $\times \sqrt{1,20}$. La petite correction de 2,5 cm. relative à l'émersion de la roue s'effacerait donc devant celle que nous trouvons ici et pourrait y être comprise.

ÉTUDE D'UNE TURBINE POUR BASSE CHUTE (TURBINE PARALLÈLE A IMPULSION, A GRANDE VITESSE)

Les données relatives à la chute et au débit moyen restant les mêmes que précédemment et le niveau d'aval ne subissant pas de grandes variations, on suppose que l'énergie disponible soit toujours supérieure à celle qu'exige l'usine.

On trouvera alors tout avantage à recourir à une turbine à libre déviation, à grande vitesse. En effet on aura ainsi un moteur de faible volume et tournant vite.

Adoptons les valeurs suivantes pour les angles caractéristiques.

$$\beta = 60^\circ \qquad \gamma = 25^\circ$$

L'équation (2) de la page 59 fournira immédiatement la valeur de δ. On trouve

$$\delta = 2\beta = 120^\circ$$

Représentons la coupe des deux couronnes par le cylindre moyen, ainsi que nous l'avons fait dans les deux cas qui précèdent.

La lame d'eau ne subissant qu'une faible torsion (35°) dans le moteur, on pourra supposer son épaisseur assez considérable.

Nous admettrons que les hauteurs des couronnes fixe et mobile sont de 30 centimètres environ.

L'épure montre que la distance horizontale des aubes est de 15 c. d'axe en axe.

Le calcul se poursuit dès lors semblable à celui du cas précédent.

Nous admettrons ici la relation $a_0 = \frac{r}{6}$, car pour $a_0 = \frac{r}{5}$, par

exemple, on trouverait que certaines parties de la veine liquide sont trop rapprochées de l'axe. Nous supposerons que les aubes

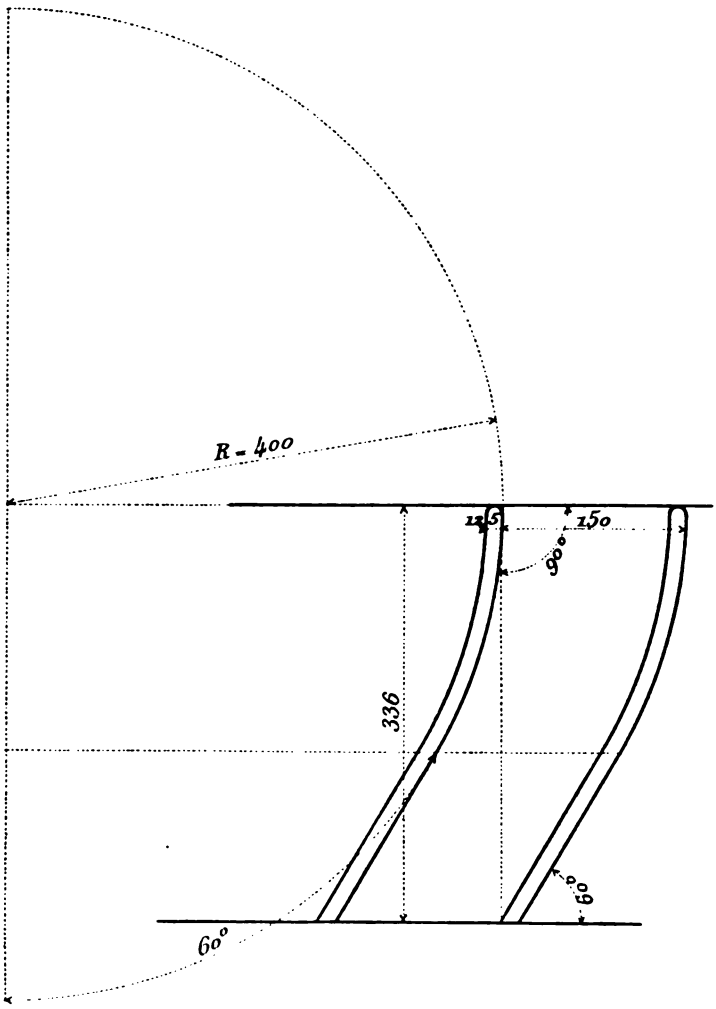


Fig. 107. — Turbines à grande vitesse.
Tracé des aubes directrices. Échelle 1/6.

fixes et mobiles sont en nombre égal et que leur épaisseur commune est de 0,0125 m.

Il viendra :

$$0{,}95\sqrt{2gH}\,a_0\left(2\pi r\sin 60^\circ - 2\,\frac{2\pi r}{0{,}15}\times 0{,}0125\right) = Q \qquad (4)$$

$$r = 0{,}973 \qquad a_0 = \frac{r}{6} = 0{,}162$$

$$n = n_1 = \frac{2\pi \times 0{,}973}{0{,}15} = 41$$

$$N = \frac{0{,}95\sqrt{2gH} \times 60}{2\cos\beta \times 2\pi r} = 82{,}6 \text{ t.} \qquad (3)$$

$$a_1 = a_0 \frac{\sin 120^\circ}{\sin 25} = 0{,}33 \qquad (1)$$

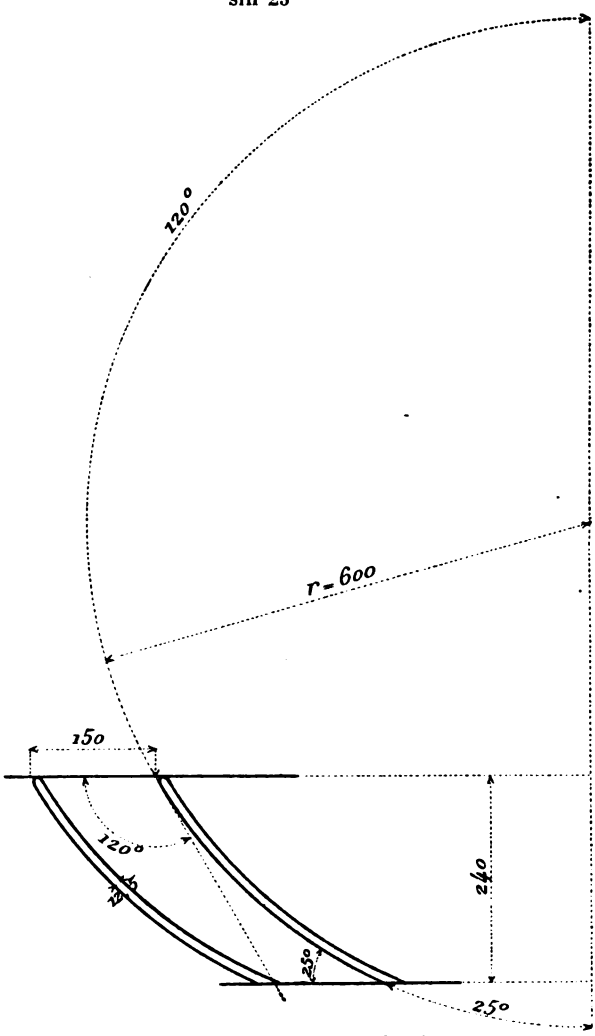


Fig. 108. — Turbine à grande vitesse.
Tracé des aubes mobiles. Échelle 1/9.

Cette valeur de a_1 suppose la turbine lançant l'eau à gueule bée.

Pour assurer la libre déviation nous adopterons par exemple $a_1 = 0{,}50$ m.

Les éléments de notre turbine à grande vitesse sont en définitive les suivants :

$$R = 1$$
$$r = 0{,}973 \text{ m.}$$
$$a_0 = 0{,}162 \text{ m,}$$
$$a_1 = 0{,}500 \text{ m.}$$
$$n = n_1 = 41$$
$$N = 82{,}6 \text{ t.}$$
$$h = 0{,}240$$
$$\text{haut. du distr.} = 0{,}336$$
$$\beta = 60^\circ$$
$$\gamma = 25^\circ$$
$$\delta = 120^\circ$$

Les remarques formulées à la suite du calcul de la turbine à petite vitesse sont applicables ici. Il sera prudent de prendre, en pratique une section de passage de l'eau notablement plus grande que celle que nous venons de trouver.

D'ailleurs si l'on avait appliqué les formules de la page 93 relatives à l'émersion de la roue, il serait venu :

$$r = 0{,}973 \sqrt[4]{\frac{1}{1 - \frac{h}{H}}} = 0{,}973 \left(1 + \frac{1}{4}\frac{h}{H}\right) = 0{,}973 \left(1 + \frac{1}{4}\ 0{,}06\right) = 0{,}988 \text{ m.}$$

$$a_0 = \frac{r}{6} = 0{,}165 \qquad \delta = 120^\circ + \frac{h}{H}\frac{\sin 120^\circ}{0{,}0175} = 123^\circ$$

$$N = \frac{0{,}95\sqrt{2gH}}{2\cos\beta} \times \frac{60}{2\pi r}\left(1 + \frac{h}{2H}\right) = 85 \text{ t.}$$

Groupons les résultats auxquels le calcul nous a conduits pour les trois types de turbines :

	Turbine à réaction.	Turbines à impulsion à petite vitesse.	Turbines à impulsion à grande vitesse.
r	1,23 m.	1,485 m.	0,988 m.
a_0	0,492	0,300	0,165
a_1	0,506	0,750	0,500
n	39	73	41
n_1	33	73	41
N	47 t.	31 t.	85 t.
h	0,300	0,280	0,240
haut^r distrib.	0,246	0,232	0,336
β	20°	25°	60°
γ	18°	25°	25°
δ	100°	53°	123°
R	1,88	1	1

Pour compléter les enseignements qu'on peut tirer de ce tableau, nous ajouterons que des turbines ayant à peu près mêmes dimensions que celles dont nous venons de nous occuper, construites en Allemagne, ont présenté des rendements de 83 p. 100 pour le type à réaction et de 80 p. 100 pour le type à petite vitesse. Nous rappellerons que le rendement des moteurs à grande vitesse, (genre de récepteurs qui n'a guère été, croyons-nous, usité qu'en France) ne dépasse point 60 ou 65 p. 100.

Des turbines comparables aux précédentes ont été divisées en deux couronnes concentriques dans le but de rendre les inclinaisons des aubes conformes aux résultats du calcul. La détermination des angles ne semble pas assez rigoureusement imposée pour que d'aussi faibles corrections soient justifiées. Et en effet ces complications de construction n'ont entraîné aucune amélioration du rendement.

CONCLUSION

En rappelant, dans le cours de ce petit ouvrage, les origines de la turbine, nous avons dit comment l'idée de ce moteur, conçue par Euler, avait reçu en France, grâce à Fourneyron et à Fontaine ses premières applications, comment Francis, désertant le chemin frayé par ses devanciers et renonçant aux types parallèle ou centrifuge à impulsion, avait doté le Nouveau-Monde de la turbine centripète à réaction, comment enfin l'introduction en France du moteur mixte, dit américain, type dérivé du précédent, avait paralysé la fabrication de nos anciennes turbines, ne laissant à celles-ci qu'un rôle assez limité, quoique à vrai dire le plus brillant dans l'industrie de la houille blanche, nous voulons parler de l'exploitation des très hautes chutes.

Si l'on parcourt les installations hydrauliques à basses chutes établies en ces dernières années, on trouve en Allemagne et en Suisse de nombreuses applications des turbines axiales à réaction. Cette disposition est indiquée dans les cas de débits considérables.

En France, c'est invariablement à la turbine américaine qu'on a recours dans les circonstances ordinaires. Ce type, jadis si décrié, semble n'avoir plus que des qualités depuis qu'il est tombé dans le domaine public.

Mais laissons là les installations courantes pour jeter un rapide coup d'œil sur ces gigantesques usines hydro-électriques créées dans la région alpine. Dans presque tous les cas de moyennes chutes, et nous entendons par là les chutes comprises entre

10 mètres et 75 mètres, nous voyons adopter le moteur centripète à réaction. Citons les turbines coniques inclinées à 30° sur le plan horizontal que MM. Escher et Wyss ont établies à Jonage (1 250 HP par unité) et à Chèvres, celles que MM. Picard et Cie de Genève ont construites pour les usines de Livet (1 250 HP) et d'Avignonnet (1 750 HP), les moteurs de l'usine de carbure de calcium de Pont de Risse, sur le Giffre (1 100 HP), les turbines mixtes de MM. Brenier et Neyret, de Grenoble, installées à Champ (1 300 HP) etc.

Dans toutes ces usines, les moteurs munis de tubes de succion sont placés dans des huches closes. La turbine, jadis reléguée dans les dessous quasi-inaccessibles, s'est élevée au niveau du sol, à l'instar de la machine à vapeur. Elle a aujourd'hui sa place dans la galerie des dynamos ou dans un étage spécial comme à Jonage.

Mais quel contraste entre l'usine à houille noire et l'usine à houille blanche ! Ici plus de poussières de charbon, plus de ces volutes de fumée noire qui empuantissaient l'atmosphère, souillant toutes les constructions du voisinage d'une patine sordide. L'armée des chauffeurs a disparu et nous n'avons plus sous les yeux l'affligeant spectacle de ces travailleurs maculés par les sueurs et le poussier de houille, asservis à un labeur cyclopéen. A leur place nous trouvons quelques hommes chargés de la surveillance et du graissage, circulant sous un hall pavé de dalles immaculées et où tout resplendit de propreté : dix manœuvres et un contremaître suffisent pour tenir en main la formidable cavalerie de Jonage (10 000 ou 20 000 HP).

Nous ne pouvons abandonner cette question des chutes moyennes à très grand débit sans dire quelques mots de la station centrale du Niagara, la plus considérable de toutes les usines hydro-électriques par la puissance.

MM. Escher, Wyss et Cie de Zurich avaient proposé, comme moteurs, deux roues axiales, opposées, fixées sur un arbre assez semblable à celui des turbines Fontaine.

La pression de l'eau équilibrait tout ce système. La puissance de la double couronne devait atteindre 6 000 HP, le nombre de révolutions étant fixé à 250. Cette proposition, qui avait réuni tous les

suffrages, ne fut pas suivie d'effets parce que les constructeurs suisses refusèrent de laisser exécuter le projet par leurs concurrents d'Amérique.

La disposition qui fut adoptée par la suite a été conçue par MM. Faesch et Piccard de Genève. Deux turbines Fourneyron à réaction, opposées, sont fixées sur le même arbre. On sait, par ce qui a été dit déjà au sujet de cette installation, que cet arbre mesure un peu plus de 40 mètres (voir p. 31) et est logé dans un puits mettant en communication les deux biefs, au moyen de tuyaux de 2,50 m. de diamètre. Constitué par un tube de tôle, il présente trois parties pleines que maintiennent des boitards. La pression de l'eau, en s'exerçant sur la roue supérieure, équilibre le poids (70 tonnes) du système formé par les deux couronnes, l'arbre, un volant de 10 tonnes et la dynamo. La puissance de la turbine double est de 5 000 chevaux. On voit que les Américains n'ont pas craint de demander à un seul moteur une production d'énergie égale, par exemple, à celle des six grosses turbines de l'usine de Champ réunies.

Le courant fourni par dix groupes pareils à celui qui vient d'être décrit est réparti entre un grand nombre d'usines électro-métallurgiques et électro-chimiques ; il est en outre employé à la traction des tramways de Buffalo, grande ville située sur le lac Erié, à quelque 35 kilomètres de la chute.

Si, quittant ces installations aux débits énormes mais dont les chutes n'excèdent pas plusieurs dizaines de mètres, nous entrons au contraire dans le domaine des très hautes chutes, le seul moteur que nous voyons en usage est la turbine radiale, à libre déviation, centrifuge ou centripète, à axe horizontal. Citons l'usine du lac Tanay dont nous avons parlé tant de fois, celle de Chapareillan (Isère) aux turbines centrifuges construites par l'établissement Brenier et Neyret et par la maison Bouvier. Ces roues sont alimentées par un petit ruisseau, le Cernon, dont le débit en temps normal est de 150 litres environ mais tombe malheureusement, dans certains étés, à une valeur nulle. La chute de Champareillan, la plus haute qui soit exploitée après celle du lac Tanay, atteint 620 mètres.

Ce sont encore des roues centrifuges de MM. Brenier et Neyret

que nous trouvons à l'usine de carbure de calcium et de chlorures alcalins de Cheddes, en Savoie, sous une chute de 140 mètres.

Mentionnons aussi l'usine de carbure de calcium de Gurtnellen, (versant suisse du Saint-Gothard), où deux moteurs de 1 600 chevaux chacun, construits par MM. Piccard, Pictet et Cie, reçoivent l'énergie d'une chute presque aussi haute que celle de Chapareillan. Nommons enfin l'établissement métallurgique de Terni, localité située à environ 80 kilomètres de Rome, au N.-E. : Le Velino, en se précipitant dans la Nera, forme, à une demi-lieue de cette petite ville, la belle cataracte della Marmora qui, en ces dernières années a été mise en exploitation au moyen de turbines centrifuges construites par M. Rieter de Winterthur. La chute mesure 182. Les moteurs ont des puissances comprises entre 20 et 1 000 chevaux.

Nous n'avons pas parlé jusqu'ici de la papeterie de M. Bergès afin de nous étendre maintenant à loisir sur cette installation, sans contredit la plus intéressante de toutes celles qui ont été créées jusqu'à ce jour.

C'est en 1868 que M. Bergès, originaire du Sud-Ouest, vint s'établir à Lancey, près de Grenoble, et y fonda une usine de pâte de bois dont la puissance devait être fournie par une chute de 200 mètres. L'utilisation d'une pareille force hydraulique n'était pas sans précédent, car l'illustre Fourneyron avait établi à Saint-Blaise, dans la Forêt-Noire, une turbine centrifuge à axe vertical qui, sous une chute de plus de 100 mètres, tournait à raison de 2 300 tours. Mais la crapaudine et les coussinets des boitards n'avaient qu'une durée de deux ou trois semaines. Peut-être cet essai prématuré avait-il jeté un certain discrédit sur les hautes chutes, car les critiques ne firent pas défaut à M. Bergès. Toutefois grâce à l'adoption de turbines à axe horizontal, prudemment prévues d'ailleurs pour tourner à la faible vitesse de 200 tours, le succès de l'entreprise fut tel que la chute était bientôt portée à 500 mètres.

Depuis lors, la papeterie n'a cessé de prendre de l'extention. Elle produit actuellement 20 tonnes de papier par jour et fournit en outre l'énergie nécessaire à l'éclairage de la vallée du Grésivaudan ainsi qu'à la traction des trains qui circulent sur la petite

ligne ferrée de Grenoble à Chapareillan. Les moteurs de type radial centrifuge, à libre déviation, ont été construits par MM. Brenier et Neyret.

Une remarque s'impose au visiteur qui parcourt l'usine de Lancey, c'est qu'on n'y trouve pas de grosses transmissions de mouvement. La division de la puissance rappelle les installations faites jadis au moyen d'accumulateurs d'eau et, en effet, grâce à la charge considérable dont dispose l'usine, le problème se pose pareillement dans les deux cas. Une quinzaine de turbines radiales de puissances diverses, dissimulées dans l'épaisseur des murs ou sous des bâches de tôle sont placées « tantôt au grenier, tantôt à la cave » suivant l'expression de M. Bergès, toujours au voisinage immédiat des engins de fabrications : machines à papier, décortiqueurs, etc.

La partie la plus intéressante de l'installation de Lancey est, sans contredit, l'aménagement des eaux. Les variations du débit constituent la principale difficulté de pareilles entreprises. La sécheresse de l'été, dans le cas de ruisseaux alimentés par des sources souterraines, les gelées d'hiver, s'il s'agit de torrents dévalant d'amas de neige, amènent une réduction souvent considérable du volume débité par les cours d'eau. A Lancey, c'est avec cette dernière circonstance qu'il fallait compter.

Deux petites artères alimentent la canalisation de l'usine : ce sont les ruisseaux de la Combe et de Saint-Mury qui sortent, l'un du lac Crozet, l'autre du lac Blanc. Or, le premier de ces réservoirs naturels est divisé en deux bassins par un seuil assez élevé et malheureusement c'est la moins importante des deux dépressions qui a un écoulement vers la vallée de l'Isère.

M. Bergès a d'abord réuni ces cuvettes par un siphon. Une nappe liquide de 6 mètres d'épaisseur fut ainsi mise à la disposition de l'usine. La faible pression atmosphérique qui correspond à l'altitude du lac (970 mètres) ne permettait pas d'ailleurs de placer la prise d'eau à une profondeur plus grande.

On ne s'en tint pas là : un petit barrage placé à la sortie des eaux permit d'élever leur niveau de 3,50 m.

Enfin, en ces dernières années, une issue a été créée dans les profondeurs du lac au moyen d'un tunnel de 230 mètres de lon-

gueur qui débouche à plus de 23 mètres de la surface. Il est aisé de se figurer les difficultés d'exécution que présentait un projet aussi téméraire. L'audacieuse entreprise fut cependant couronnée d'un plein succès.

L'installation de Lancey, la première en date parmi celles qui ont utilisé de très hautes chutes, reste la plus intéressante à étudier. Elle a été l'amorce de l'intense poussée industrielle à laquelle on doit la transformation de tant de vallées du Dauphiné et de la Savoie qui, mornes et désertes, il y a quinze ans, semblaient les pires non-valeurs du sol français.

M. Bergès ne s'est pas contenté de prêcher d'exemple : apôtre convaincu de la rénovation de l'industrie par les forces hydrauliques, il a tenu à porter au loin la bonne parole. C'est lui qui, pour forcer l'attention, imagina cette pittoresque dénomination de houille blanche qui fit plus pour la diffusion de ses idées que maintes dissertations savantes publiées depuis sur cette matière : « L'on a vécu des siècles au sein de richesses hydrauliques sans en comprendre le prix, ni se douter de leur incalculable fécondité. M. A. Bergès a le mérite de les avoir, le premier comprises et d'en avoir fait la première application ; il est bien véritablement le Père de la houille blanche ». (Les installations hydro-électriques dans la région des Alpes par M. R. de la Brosse).

Ce rapide coup d'œil jeté sur quelques-unes des plus importantes installations hydrauliques nous permet de faire quelques observations intéressantes.

Dans la région alpine française, la puissance des turbines ne dépasse guère 1 300 chevaux, elle est pourtant de 1 750 chevaux à Livet, mais en Amérique nous l'avons vu s'élever à 2 500 chevaux pour chacune des roues conjuguées du Niagara.

La maison Piccard construit en ce moment pour l'usine de Livet des roues centripètes de 2 500 chevaux.

Enfin on peut citer en Norwège une turbine à roue unique de 3 000 IP.

Les moteurs du bassin du Rhône ne se font pas remarquer par de bien grandes vitesses de rotation. Elles restent inférieures à 350 tours par minute. Mais nous avons noté qu'à Gurtnellen (Saint-Gothard) des turbines Piccard de 1 600 chevaux tour-

naient à raison de 500 tours et que celles du Lac Tanay faisaient jusqu'à 1 000 révolutions.

Il ressort de ces chiffres qui s'appliquent en somme à des cas tout à fait exceptionnels que, dans les circonstances ordinaires de la pratique, aucune limite de puissance ou de vitesse, n'est imposée au constructeur.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER

PRÉLIMINAIRES

L'avenir des turbines 1

Rappel des notions essentielles de la mécanique 10

Définition de la vitesse 10
Vitesse dans le mouvement relatif 10
Principe de l'inertie 11
Principe de l'indépendance des effets des forces 12
Définition de l'accélération 12
Principe de l'égalité de l'action et de la réaction 14
Accélération dans le mouvement absolu 14
Accélération dans le mouvement relatif 15
Théorème des forces vives 17
Théorème des quantités de mouvement projetées 17
Théorème des moments des quantités de mouvement 17
Théorème de d'Alembert 17

Rappel des notions essentielles de l'hydraulique 18

Théorème de D. Bernouilli 18
Ecoulement en mince paroi 18
Ecoulement par une vanne 19
Ecoulement par un déversoir 20
Ajutage cylindrique 21
Elargissement brusque d'un tuyau 23
Frottements de l'eau dans un tuyau 23
Théorème de Bernouilli étendu au cas où la veine liquide subit diverses pertes de charge 23
Puissance d'une chute d'eau 25
Ajutage divergent 25
Théorème de Bernouilli en mouvement relatif 27
Mouvement de l'eau dans les canaux découverts 29

Utilisation des chutes naturelles, création des chutes artificielles . . . 29

Aménagement des chutes 29
Barrages 33
Canalisations 36
Bassins de décantation 39

CHAPITRE II

TURBINES A IMPULSION

Notations adoptées 42
Classification des turbines 43
Turbines à impulsion et turbines à réaction, définition 43
Principe de la turbine à impulsion 44
Turbines axiales noyées, à impulsion 51
Formules 51
Vitesses de rotation correspondant à diverses chutes, pour une même turbine 56
Turbines semblables 57
Modifications à apporter aux quatre formules fondamentales pour les rendre applicables aux cas de la pratique 58
Méthode graphique de M. Rateau 60
Règles empiriques pour la construction des turbines axiales à impulsion . . 62
Tracé des aubes 66
Turbines à grande et à petite vitesse, discussion des valeurs à assigner aux angles d'introduction et d'évacuation de l'eau 70
Influence des variations de la vitesse 73
Vitesse maxima de la turbine 75
Effets de la force centrifuge 76
Efforts exercés par le liquide sur les aubes, compression de l'arbre 82
Emploi des turbines axiales noyées à impulsion 87
Turbines axiales à impulsion, non immergées 88
Définition de la turbine à libre déviation, son emploi 88
Formules 90
Efforts exercés par l'eau sur les aubes 93
Construction des turbines axiales à impulsion 93
Vannages 93
Régulateurs de débit 98
Pivots 100
Hydropneumatisation 102
Turbine Jonval, tube de succion, diffuseur Boyden 103
Turbines à bâche 106
Turbine à vapeur de Laval 107
Turbines radiales à impulsion 107
Formules 107
Règles empiriques pour la construction des turbines radiales à impulsion . 112
Tracé des aubes 112
Influence des variations de la vitesse sur le rendement de la turbine . . . 116
Vitesse maxima de la turbine 118
Efforts exercés par le liquide sur les aubes 119
Emploi des turbines radiales à impulsion 121
Détails de construction des turbines radiales à impulsion 122

CHAPITRE III

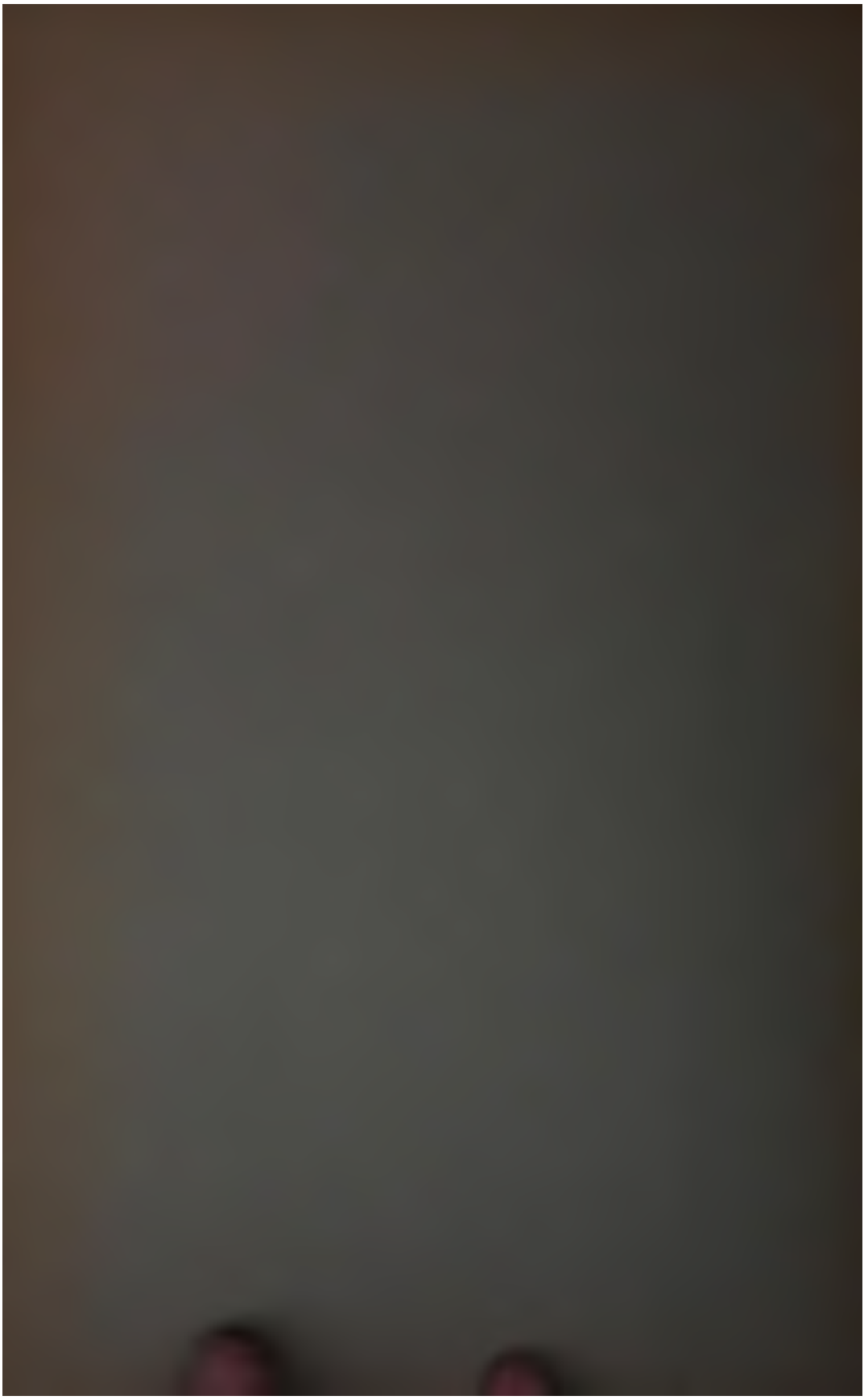
TURBINES A RÉACTION

Définition 125
Formules 125

Vitesses de rotation correspondant à diverses chutes, pour une même turbine ; turbines semblables 134
Modifications à apporter aux quatre formules fondamentales pour les rendre applicables aux cas de la pratique 134
Règles empiriques pour la construction des turbines à réaction 135
Tracé des aubes 136
Influence des variations de la vitesse sur le débit et sur le rendement de la turbine 137
Vitesse maxima de la turbine 139
Efforts exercés par le liquide sur les aubes 140
Comparaison entre la turbine à impulsion et la turbine à réaction, emploi de cette dernière 142
Divers types de turbines à réaction 148
Compression de l'arbre de la turbine mixte 151
Tableau des formules relatives aux turbines à réaction 155

CHAPITRE IV

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Étude d'une turbine pour très haute chute : turbine radiale à libre déviation 157
Calcul des éléments du moteur 157
Résistance aux effets de l'inertie 159
Résistance d'un disque tournant, avantages du disque renflé sur l'axe . . . 161
Étude d'une turbine pour moyenne chute ; turbine à réaction. centripète 176
Étude d'une turbine pour basse chute. turbine parallèle à réaction . . 181
Étude d'une turbine pour basse chute. turbine parallèle à impulsion, à petite vitesse 185
Étude d'une turbine pour basse chute, turbine parallèle à impulsion, à grande vitesse 189
Conclusion 194

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HÉRISSEY